



ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP KIỂM TRA ĐẦU VÀO – MÔN TOÁN 9 NĂM HỌC 2022 - 2023

CHUYÊN ĐỀ 1. PHÉP NHÂN & PHÉP CHIA CÁC ĐA THỨC

I.1. Nhân đa thức

1. Nhân chia hai lũy thừa cùng cơ số:

Quy tắc đối với số mũ: “ nhân \Rightarrow cộng ”, “ chia \Rightarrow trừ ”.

Vd: Thu gọn các biểu thức sau:

$$a) 2^3 \cdot 2^2 \qquad b) 2^{30} : 2^{19} \qquad c) (4xy^2) \cdot (2x^2y)$$

2. Các quy tắc về dấu:

- Nhân hay chia hai số cùng dấu được kết quả dương.
- Nhân hay chia hai số trái dấu được kết quả âm.

Vd: Thực hiện phép tính:

$$a) 2 \cdot (-5) \qquad b) (2x) \cdot (3x^2) \qquad c) (4xy) \cdot (-3x^2y)$$

3. Nhân đơn thức với đa thức với đa thức:

Lấy đơn thức nhân với từng hạng tử của đa thức.

Vd: Thực hiện phép tính:

$$a) x \cdot (2x + 3) \qquad b) -2x^2 \cdot (3x^2 - x + 4)$$

$$c) -4xy \cdot (-x^2y + 2xy^2 - 3y)$$

4. Nhân đa thức với đa thức:

Lấy từng hạng tử của đa thức thứ nhất nhân phân phối với đa thức thứ hai.

Vd: Thực hiện phép tính:

$$a) (x + 1) \cdot (2x + 3) \qquad b) (1 - 2x^2) \cdot (3x^2 - x + 4)$$

$$c) (1 - 4xy) \cdot (-x^2y + 2xy^2 - 3y)$$

BÀI TẬP

Bài 1. Thực hiện phép tính:

$$a) 2x(x - 3) - 2x^2 \qquad b) -x(2x + 5) + 10x \qquad c) 4x^2y - x^2y(xy + 4) \qquad d) 2x^2 - 2x^2(x - 5)$$

$$e) 5xy - 3xy(x^2 - 2x + 1) \qquad f) 2x^2(x + 1) - 2x(x^2 - 5)$$

Bài 2. Tính và rút gọn:

$$a) (2x + 5)(x - 6) \qquad b) (-3x + 2)(-2x + 4) \qquad c) (x - 4)(5x - 3) \qquad d) (x^2 - 2x)(x - 2)$$

$$e) (2x - 1)(x^2 - 4x + 3) \qquad f) (x - 3)(-x^2 + x - 1)$$

Bài 3. Tìm x, biết:

$$a) 2(x+1) - x = 1 \quad b) 2(3x+1) - 3 = 5 - 2x \quad c) x(x+1) - x^2 = 1$$

$$d) 2x(x+1) = 2x^2 + 1 \quad e) x(3x+2) - 3x^2 = 2 \quad f) 5x(x-3) - x^2 = 30 + 4x^2$$

Bài 4. Tìm x, biết:

$$a) (x-5)(x-3) = (x+1)(x-2)$$

$$b) 3x(x-2) = (3x-1)(x-1) - 5$$

I.2. Hằng đẳng thức

1. $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
2. $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
3. $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$
4. $(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$
5. $(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$
6. $A^3 + B^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)$
7. $A^3 - B^3 = (A-B)(A^2 + AB + B^2)$
8. $(A+B+C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2BC + 2CA$
9. $(A+B-C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB - 2AC - 2BC$

Một số dạng bài tập vận dụng

Dạng 1: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$a) (1+x)^2 + 2 \quad b) (2x+3)^2 - 3 \quad c) x^2 - 2x + 4$$

Dạng 2: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$a) -(x-1)^2 + 2 \quad b) -(3x+2)^2 - 1 \quad c) -x^2 + 2x - 4$$

Dạng 3: Chứng minh biểu thức luôn dương:

$$a) (1+x)^2 + 2 \quad b) x^2 + 6x + 10 \quad c) 4x^2 - 2x + 1$$

Dạng 4: Chứng minh biểu thức luôn âm:

$$a) -(1+2x)^2 - 2 \quad b) -9x^2 + 6x - 10 \quad c) -4x^2 - 2x - \frac{5}{4}$$

b) Nhận xét:

- Nếu GTNN của một biểu thức là số dương thì nó luôn dương.
- Nếu GTLN của một biểu thức là số âm thì nó luôn âm.

BÀI TẬP

Bài 1. Khai triển các hằng đẳng thức:

$$a) (x+5)^2 \quad b) (x-4)^2 \quad c) (x-8)^2$$

$$d) (2x+3)^2 \quad e) (3x-1)^2 \quad f) (4x-1)^2$$

Bài 2. Đưa các biểu thức sau về dạng bình phương một tổng hoặc bình phương của một hiệu:

a) $x^2 + 2x + 1$

b) $y^2 - 4y + 4$

c) $4x^2 + 12x + 9$

d) $4y^2 - 20y + 25$

e) $\frac{4}{9}a^2 - \frac{4}{3}a + 1$

f) $16b^2 + 8b + 1$

g) $a^2 + 5a + \frac{25}{4}$

g) $4b^2 + 9 - 12b$

Bài 3. Tìm x:

a) $(x + 2)^2 - x^2 = 0$

b) $(2x - 1)^2 - 4x^2 = 0$

c) $(x + 4)^2 - x(x + 2) = 0$

d) $(2 + 3x)^2 - 9x^2 = 0$

e) $x^2 - 25 = 0$

f) $4x^2 - 121 = 0$

g) $\frac{4}{9}x^2 - 16 = 0$

h) $\frac{9}{4} + 4x^2 - 6x = 0$

Bài 4. Tìm x:

a) $(x + 2)^2 - (x + 1)(x - 1) = 0$

b) $(3x + 5)^2 - (3x - 2)^2 = 0$

c) $(x - 1)(x + 1) - x^2 = 2(x - 3)$

Bài 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a) $x^2 + 18$

b) $x^2 - 11$

c) $(2x - 3)^2 + 12$

d) $x^2 + 2x + 3$

e) $x^2 - 4x + 7$

f) $4x^2 - 4x + 3$

Bài 5. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

a) $-x^2 + 18$

b) $-x^2 - 11$

c) $-(x - 3)^2 + 2$

d) $-x^2 + 2x - 3$

e) $-x^2 - 4x - 3$

f) $-x^2 - 4x + 3$

Bài 6. Chứng tỏ rằng:

a) $x^2 - 6x + 10 > 0$ với mọi x.

b) $-x^2 + 4x - 5 < 0$ với mọi x.

c) $2x^2 - 4x + 6 > 0$ với mọi x.

d) $-2x^2 + 8x - 9 < 0$ với mọi x.

Bài 7. Chứng minh giá trị các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến:

a) $(3x - 5)(9x^2 + 15x + 25) - 27x^3$

b) $(x - 2)^3 - (x - 6)(x^2 + 12)$

c) $(x - 2)(x + 2) - (x - 3)^2 - 6x$

d) $(4x - 1)^3 - (4x - 3)(16x^2 + 3)$

e) $-2(3x + 2)(3x - 2) + 18x^2 - 12$

f) $(2x + 5)(2x - 5) - 4x^2 - 4$

$$c) (a + b + c)^2 = 3(ab + bc + ca)$$

I.3. Phân tích đa thức thành nhân tử

Phân tích đa thức thành nhân tử là viết đa thức đó dưới dạng tích các đơn thức và đa thức khác.

I.3.1 Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung

I. Phương pháp đặt nhân tử chung

Khi các hạng tử của một đa thức có chung một nhân tử, ta có thể đặt nhân tử chung đó ra ngoài dấu ngoặc dựa vào công thức:

$$AB - AC + AD = A(B - C + D) \quad (\mathbf{A \text{ là nhân tử chung}})$$

Vd: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $9x^4y^3 - 18xy^2z^3 = 9xy^2(x^3y - 2z^3)$ (nhân tử chung là $9xy^2$)

b) $x(x - y) - 5(x - y) = (x - y)(x - 5)$

(nhân tử chung là: $(x - y)$)

* Có khi phải đổi dấu để làm xuất hiện nhân tử chung

a) $x(x - y) + 3y(x - y)$ b) $3x(y - 1) - 5y(y - 1)$

c) $9x(x^2 + 1) - 5y(x^2 + 1)$ d) $5x(x - 2) + 3(2 - x)^2$

BÀI TẬP

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $2x^2 + 6x$

b) $x(x - 2) + y(x - 2)$

c) $9x^2(x + 1) - 3x(x + 1)$

d) $2x^2(x - y) + 2y(y - x)$

e) $2x^2 + 6xy$

f) $4x(x + y) - 3y(x + y)$

g) $12xy(y - 1) - 3y^2(y - 1)$

h) $125ab^2(a - b) + 25a^2b(b - a)$

i) $15a^2 - 6ab$

j) $2a^2b^3(2a - 3b) + 4ab(3b - 2a)$

I.3.2. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp nhóm hạng tử

1. Dạng 3 hạng tử: $A^2 \pm 2AB + B^2 = (A \pm B)^2$

Vd: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $x^2 + 2xy + y^2$

b) $4x^2 - 4xy + y^2$

c) $16x^2 + 9y^2 - 24xy$

d) $-\frac{4}{9}x^2 + 4xy - 9y^2$

2. Dạng 4 hạng tử: $A^3 \pm 3A^2B + 3AB^2 \pm B^3 = (A \pm B)^3$

Vd: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

b) $125x^3 - 75x^2y + 15xy^2 - y^3$

$$c) 8a^3 - 27b^3 - 36a^2b + 54ab^2 \quad d) 216x^3 - y^6 - 108x^2y^2 + 18xy^4$$

3. Dạng 2 hạng tử: $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$

$$A^3 \pm B^3 = (A \pm B)(A^2 \mp AB + B^2)$$

Vd: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

$$a) 27x^3 + 8y^3$$

$$b) \frac{a^3}{125} - 27b^6$$

$$c) 125a^9 - \frac{64b^6}{a^6}$$

$$d) -64x^3 - 343y^6$$

Lưu ý: Có khi ta phải đổi dấu các hạng tử để làm xuất hiện hằng đẳng thức.

BÀI TẬP

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

$$a) x(x - 2y) - x + 2y$$

$$b) ab + a + b + 1$$

$$c) xy - x - y + 1$$

$$d) x^2 - xy - 4x + 4y$$

$$e) 4x^2 - 12xy + 3x - 9y$$

$$f) a^2x - 6by - 3a^2y + 2bx$$

$$g) 2a^2 - 3b - 6a + ab$$

$$h) -4a^2 + b^2 - 2a^2b + ab^2$$

$$i) y^2 + y - x^2 + x$$

$$j) -25y^2 - 6x + 10y + 9x^2$$

Bài 2. Tìm x:

$$a) 3x(x - 7) + x - 7 = 0$$

$$b) 3x(x + 3) - x^2 + 9 = 0$$

$$c) x^2 - 4 + 6x + 9 = 0$$

$$d) 2x(x - 3) - x + 3 = 0$$

$$e) 15x - 5 + 6x^2 - 2x = 0$$

$$f) 4x^2 - 4x + 1 + 2bx - b = 0$$

$$g) 2x^2 - 8 + x^3 - 4x = 0$$

$$h) (x^3 - x^2)^2 - 4x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$i) (4x^2 - 25)^2 - 9(2x - 5)^2 = 0$$

$$j) x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$$

I.3.3. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách phối hợp nhiều phương pháp

$$a) 2x^2 - 8y^2$$

$$b) 2x^2y^2 - 8y^2z^2$$

$$c) x^3 + 2x^2y + xy^2$$

$$d) 5ab^2 - 10abc + 5ac^2$$

$$e) (5x - 1)^2 - (4x - 7)^2$$

$$f) 3(3x + 4)^2 - 12x^2$$

$$g) x^4 - 2x^3 + x^2$$

$$h) x^4z - 16z$$

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

$$a) a^2 + 2ab + b^2 - 9$$

$$b) 36 - 4x^2 + 4xy - y^2$$

$$c) -x^2 - y^2 - 2xy + 4$$

$$d) x^4 - 4x^2 + 4x - 1$$

e) $x^3 - 4x^2 - 8x + 32$

f) $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y + 1$

g) $xy + 3x - 7y - 21$

h) $7x^3y - 3xyz - 21x^2 + 9z$

Bài 2. Tìm x:

a) $3x^3 - 48x = 0$

b) $9(2 - x)^2 - 16 = 0$

c) $x^2 - x - 6 = 0$

d) $x^2 - 6x + 9 = 49$

e) $4x^2 - 12x + 9 = 81$

f) $(2x - 1)^2 = 16x^2$

g) $x^3 - 4x^2 - 4x + 16 = 0$

h) $3x^3 - 4x^2 - 12x + 16 = 0$

i) $x^5 - 16x = 0$

j) $x^2 + 3x + 9 = (2x + 5)^2$

k) $(x - 3)^2 = 4x^2 - 20x + 25$

l) $(x - 1)^2 - 5 = (x + 2)(x - 2) - x^2$

I.3.4. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách tách – thêm bớt hạng tử

1. Dạng 3 hạng tử: $ax^2 + bx + c$

Phân tích đa thức $3x^2 - 8x + 4$ thành nhân tử.

Ta có $3 \cdot 4 = 12$.

Tách $12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 = (-1) \cdot (-12) = (-2) \cdot (-6) = (-3) \cdot (-4)$

Do $(-2) + (-6) = -8$ nên ta tách $-8x = -2x - 6x$.

Từ đó ta có lời giải:

$$\begin{aligned} & 3x^2 - 8x + 4 \\ &= 3x^2 - 2x - 6x + 4 \\ &= x(3x - 2) - 2(3x - 2) \\ &= (3x - 2)(x - 2) \end{aligned}$$

Vd: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $2x^2 + 3x - 5$

b) $4a^2 - 3a - 10$

c) $2x^2 - 3x - 27$

d) $3a^2 - 7a + 2$

2. Phương pháp thêm bớt hạng tử: thêm và bớt cùng một hạng tử để xuất hiện hằng đẳng thức

$$\begin{aligned} & x^4 + 4 \\ &= x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 \\ &= (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2 - 2x)(x^2 + 2 + 2x) \end{aligned}$$

Vd: Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $4x^4 + 1$

b) $x^4 + x^2 + 1$

c) $x^4 + 3x^2 + 4$

d) $16x^4 + 23x^2 + 9$

BÀI TẬP

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $x^2 - 6x + 5$

b) $x^2 - 8x + 15$

c) $x^2 + 9x + 36$

- d) $x^2 + 7x + 12$ e) $4x^2 - x - 5$ f) $x^2 - x - 20$
g) $x^2 + 4x - 12$ h) $3x^2 - 7x + 4$ i) $2x^2 - 17x - 9$
j) $3x^2 - 11x + 6$ k) $4x^2 + 16x - 9$ l) $6x^2 + 7x + 2$
m) $-5x^2 - 29x - 20$ n) $-7x^2 + 11x + 6$ o) $x^2 + 2x - 3$
p) $-x^2 - 4x - 3$ q) $-x^2 + 3x - 2$ r) $-x^2 + 25x - 150$

Bài 2. Phân tích đa thức thành nhân tử:

- a) $4x^4 + 81$ b) $36x^4 + 9y^4$ c) $x^8 + 4$
d) $x^5 + x^4 + 1$ e) $x^7 + x^2 + 1$ f) $x^8 + x + 1$
g) $x^5 + x + 1$ h) $x^7 + x^5 + 1$ i) $x^4 + x^2 + 1$

CHUYÊN ĐỀ 2. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

1. Phân thức đại số là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là

những đa thức và B khác đa thức 0. A gọi là tử thức, B gọi là mẫu thức

* Mỗi đa thức được coi là một phân thức với mẫu thức bằng 1

* Mỗi số thực a bất kỳ cũng là một phân thức.

Vd: Các phân thức:

$$\frac{9 - 4x^2}{36x^2 - 25}; \frac{x^2 + y^2}{(x^2 + 1)(y + 2)}; 9x^2 - 3; 5$$

2. Hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ bằng nhau, kí hiệu: $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$
nếu $A \cdot D = B \cdot C$

3. Tính chất cơ bản

* Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác 0 thì được một phân thức bằng phân thức đã cho:

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot M}{B \cdot M} \text{ (với M là một đa thức khác 0)}$$

* Nếu chia cả tử và mẫu của một phân thức cho một nhân tử chung của chúng thì được một phân thức bằng phân thức đã cho:

$$\frac{A}{B} = \frac{A:N}{B:N} \text{ (với N là một nhân tử chung của tử và mẫu)}$$

* **Quy tắc đổi dấu**

Nếu đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức thì được một phân thức bằng phân thức đã cho:

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}; \frac{A}{-B} = \frac{-A}{B}$$

BÀI TẬP

Bài 1. Cho $A = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} \right) : \frac{2x}{5x-5}$

- Tìm điều kiện của biến để giá trị của A xác định.
- Rút gọn A.
- Tính giá trị của A với $x = -3$; $x = 1$.
- Với giá trị nào của x thì $A = 2$; $A = 10$.

Bài 2. Cho biểu thức $B = \frac{x^4 - 4x^3 + 4x^2}{x^3 - 4x}$

- Tìm điều kiện của biến để giá trị của B xác định.
- Rút gọn B.
- Có giá trị nào của x để giá trị của B bằng 0 không?

Bài 3. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức:

a) $A = \left(\frac{6x+1}{x^2-6x} + \frac{6x-1}{x^2+6x} \right) : \frac{x^2+1}{x^2-36}$ tại $x = 0,012$; $x = 6$

b) $B = \left(\frac{x^2 - xy + y^2}{x-y} - \frac{x^2 + xy + y^2}{x+y} \right) : \left(y - x + \frac{x^2}{x+y} \right)$ tại $x = 999$ và $y = 1000$

c) $C = \left[\frac{x+1}{(x+1)^2 - x} - \frac{2}{x+2} \right] : \left[\frac{(x+1)^4 + 2}{(x+1)^3 + 1} - x - 1 \right]$ tại $x = 100$

Bài 4.

- a) Cho $a \neq b$ và $a, b \neq 0$. Chứng minh:

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \text{ với } x = \frac{2ab}{a+b}$$

b) Cho $x = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$; $y = \frac{b}{c} + \frac{c}{b}$; $z = \frac{c}{a} + \frac{a}{c}$.

Tính: $x^2 + y^2 + z^2 - xyz$

c) Cho $x = \frac{a-b}{a+b}$; $y = \frac{b-c}{b+c}$; $z = \frac{c-a}{c+a}$.

Chứng minh: $(1-x)(1-y)(1-z) = (1+x)(1+y)(1+z)$

Bài 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của:

a) $A = \frac{x^2 - 2x + 2000}{x^2}$ b) $B = \frac{x^4 + x^2 + 5}{x^4 + 2x^2 + 1}$

Bài 6. Tìm giá trị lớn nhất của:

a) $A = \frac{3x^2 + 9x + 17}{3x^2 + 9x + 7}$ b) $B = \frac{x^3 - 3x^2 - 7x - 15}{x^5 - x^4 - 10x^3 - 38x^2 - 51x - 45}$

Bài 7. Tìm giá trị nhỏ nhất của:

a) $A = \frac{x^2 - 2x + 2000}{x^2}$ b) $B = \frac{x^4 + x^2 + 5}{x^4 + 2x^2 + 1}$

Bài 8. Tìm giá trị lớn nhất của:

a) $A = \frac{3x^2 + 9x + 17}{3x^2 + 9x + 7}$ b) $B = \frac{x^3 - 3x^2 - 7x - 15}{x^5 - x^4 - 10x^3 - 38x^2 - 51x - 45}$

Bài 9. Cho biết: $\frac{a-b}{a+c} + \frac{b-c}{b+a} + \frac{c-a}{c+b} = -1$.

Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{a+b}{b+c} + \frac{b+c}{c+a} + \frac{c+a}{a+b}$.

CHUYÊN ĐỀ 3. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

III.1. Phương trình đưa về dạng $ax + b = 0$

III.1.1. Phương trình bậc nhất $ax + b = 0$:

Các bước giải phương trình:

- Tìm x (giá trị tìm được gọi là nghiệm).
- Kết luận (Tập nghiệm: $S = \{ \}$)

VD1: Giải các phương trình sau:

a) $2x - 6 = 0$ b) $2x - 6 = 3x + 2$ c) $2x - 6(x - 1) = 2 - 3x$

III.1.2. Phương trình đưa về bậc nhất:

Các bước giải phương trình:

- Thực hiện phép tính, thu gọn.
- Tìm x .
- Kết luận (Tập nghiệm: $S = \{ \}$)

VD2: Giải các phương trình sau:

a) $2(x+3) - 3(2x-1) = 0$ b) $(2x-1)(x-3) + 2x(3-x) = 2$

c) $\frac{x-1}{3} + \frac{2-3x}{2} = \frac{3x-1}{2} - \frac{2}{3}$ d) $\frac{2x+1}{5} + \frac{2-x}{2} = \frac{4x+2}{5} - 2$

III.1.3. Số nghiệm của phương trình dạng $ax + b = 0$ và $ax = b$:

Phương pháp:

- Nếu $a \neq 0$ thì phương trình có một nghiệm duy nhất.
- Nếu $a = 0, b \neq 0$: phương trình vô nghiệm: $S = \emptyset$
- Nếu $a = 0, b = 0$: phương trình có vô số nghiệm: $S = \mathbb{R}$

VD3: Với giá trị nào của m thì phương trình sau có nghiệm duy nhất? Với giá trị nào thì phương trình vô nghiệm?

a) $2(m+3)x - 3m - 2 = 0$ b) $(m^2 - 4)x + 2 = m$

III.2.1. Phương trình đưa về dạng tích

Phương trình tích $A(x).B(x)... = 0$:

Các bước giải phương trình $M(x) = N(x)$:

- Chuyển phương trình thành dạng $P(x) = 0$ ($P = M - N$).
- Phân tích về trái thành nhân tử: $A(x).B(x)... = 0$
- Cho $A(x) = 0, B(x) = 0 \dots$; tìm x trong mỗi trường hợp.
- Kết luận: Tập nghiệm $S = \{ \}$.

VD1: Giải các phương trình sau:

a) $2x^2 - 6 = 2$ b) $2x^2 - 18 = x + 3$ c) $x^2 - 6(x-1) = 2x - 1$

1. Phương trình trùng phương $ax^4 + bx^2 + c = 0$:

Các bước giải phương trình:

• Đặt $t = x^2$ (Điều kiện: $t \geq 0$). Phương trình trở thành:
 $at^2 + bt + c = 0$

- Đưa về phương trình tích. Tìm t (so điều kiện).
- Tìm x .
- Kết luận: Tập nghiệm $S = \{ \}$.

VD2: Giải các phương trình sau:

a) $x^4 - 3 = 2x^2$ b) $x^4 - 18 = x^2 - 6$ c) $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$

2. Phương trình $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = e(a+b=c+d)$:

Các bước giải phương trình:

- Phương trình $\Leftrightarrow [x^2 + (a+b)x + ab][x^2 + (c+d)x + cd] = e$
- Đặt ẩn phụ $t = x^2 + (a+b)x + \frac{ab+cd}{2}$. Phương trình thành dạng $t^2 - m^2 = 0 \Rightarrow$ Tìm t .
- Tìm x .
- Kết luận (Tập nghiệm: $S = \{ \}$)

VD3: Giải các phương trình sau:

a) $(x-1)(x+2)(x+3)(x-4) = 20$

b) $(x+2)(x-1)(x+3)(x-2) = 120$

III.2.3. Phương trình $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = ex^2$ ($a \cdot b = c \cdot d$):**Các bước giải phương trình:**

- Phương trình đã cho
 $\Leftrightarrow [x^2 + (a+b)x + ab][x^2 + (c+d)x + cd] = ex^2$
- Đặt ẩn phụ $t = x^2 + \frac{a+b+c+d}{2}x + ab$. Phương trình thành dạng: $t^2 - mx^2 = 0$. Đưa về phương trình tích.
- Tìm x .
- Kết luận (Tập nghiệm: $S = \{ \}$)

VD4: Giải các phương trình sau:

a) $(x-5)(x+4)(x+2)(x-10) = 144x^2$

b) $(x-2)(x+6)(x-3)(x+4) = 40x^2$

3. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU**1. Phương trình chứa ẩn ở mẫu:****Các bước giải phương trình chứa ẩn ở mẫu**

- Phân tích các mẫu thức thành nhân tử. Tìm điều kiện.
- Tìm mẫu thức chung. Quy đồng và khử mẫu.
- Tìm x .
- Kết luận: Tập nghiệm $S = \{ \}$.

VD1: Giải các phương trình sau:

a) $\frac{5}{x+2} + \frac{2}{x-1} = \frac{3}{x^2+x-2}$

b) $\frac{x+1}{x+2} - \frac{x-2}{x-1} = \frac{3x}{x^2+x-2}$

c) $\frac{2x}{x+2} + \frac{x}{1-x} = \frac{-4}{x^2+x-2}$

d) $\frac{2y}{y+2} - \frac{y+1}{y-1} = \frac{3y-11}{y^2+y-2}$

2. Phương trình trùng phương $ax^4 + bx^3 + cx^2 \pm bx + a = 0$ ($a \neq 0$):**Các bước giải phương trình**

- Nhận xét: $x = 0$ không phải là nghiệm phương trình.
- Chia hai vế cho x . Phương trình đã cho trở thành:

$$ax^2 + bx + c \pm \frac{b}{x} + \frac{a}{x^2} = 0$$

- Đặt ẩn phụ $t = x \pm \frac{1}{x}$. Phương trình trở thành:

$$at^2 + bt + m = 0 \quad (m = c \mp 2a)$$

- Tìm t rồi suy ra x .
- Kết luận: Tập nghiệm $S = \{ \}$.

VD2: Giải các phương trình sau:

a) $x^4 + 2x^3 + \frac{3}{4}x^2 + 2x + 1 = 0$

b) $2x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$

c) $2x^4 + 5x^3 - x^2 - 5x + 2 = 0$	d) $3z^4 + 2z^3 - 6z^2 - 2z + 3 = 0$
-------------------------------------	--------------------------------------

BÀI TẬP

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $-4(x+3) = 2(5-x)$	b) $2(3x+1) = 4x-9$
c) $3-(x+2) = 2(3-2x)$	d) $3(3x-2) - 2(2x+1) = 0$
e) $3(x+1) = 2(x+1) + 4$	f) $5(x-3) - 4 = 2(x-1) + 6$
g) $5(-x+3) = 2(x-3) + 1$	h) $-2(x-1) + 4 = 2(x-1)$
i) $4(x-2) = 2(3x-1) - 2$	
j) $2(2x-3) - 4 = 2(-3x-)$	

Bài 2. Giải các phương trình sau :

a) $9(4x+3)^2 = (7x+2)^2$	b) $x^2 + x - 6 = 0$
b) $x^2 - x - 6 = 0$	d) $x^2 - 5x - 14 = 0$
e) $2x^2 + 5x + 3 = 0$	f) $7x^2 + 13x - 2 = 0$
g) $x^2 - 4x - 12 = 0$	h) $(3x+2)^2 - 2x^2 = x+10$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{x+1}{9} + \frac{x+2}{8} = \frac{x+3}{7} + \frac{x+4}{6}$	b) $\frac{x-1}{65} + \frac{x-3}{63} = \frac{x-5}{61} + \frac{x-7}{59}$
c) $\frac{x-5}{1990} + \frac{x-15}{1980} = -\frac{x-1980}{15} + 3$	d) $\frac{x-37}{1980} + \frac{x-28}{1989} = \frac{x-26}{1991} + 1$
e) $\frac{x+2}{27} + \frac{x+3}{26} + \frac{x+4}{25} + \frac{x+5}{24} = -\frac{x+49}{5}$	
f) $\frac{x-62}{1901} + \frac{x-60}{1903} + \frac{x-52}{1911} + \frac{x-12}{1951} = 4$	
g) $\frac{x+1}{99} + \frac{x+4}{96} + \frac{x+193}{93} + \frac{x+191}{91} = 0$	
h) $\frac{x+1}{99} + \frac{x-92}{96} + \frac{x-179}{93} = -\frac{x+646}{91}$	

Bài 4. Giải các phương trình trùng phương:

a) $x^4 - 17x^2 = -52$	b) $2x^4 + 5x^2 - 3 = 114$
c) $x^4 - 3x^2 - 54 = 0$	d) $4x^4 - 5x^2 = x^2(x^2 - 1) + 32$
e) $x^4 - 12x^2 = -35$	f) $(x^2 - 2)^2 - 3x^2 = 2x^2 - 16$
g) $3x^4 - 2x^2 - 3 = 93$	h) $3x^4 - 2 = x^2(2x^2 - 1) + 88$
i) $5x^4 - 22x^2 - 5 = 3x^2 - 25$	
j) $5x^2(x^2 - 1) + 2x^2 = (2x^2 + 3)^2 - 63$	

Bài 5. Giải các phương trình có bậc bốn có dạng

$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = e$ và $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d) = ex^2$

a) $x(x+1)(x+2)(x-1) = 24$	b) $(x-4)(x-5)(x-6)(x-7) = 1680$
c) $(x+1)(x+2)^2(x+3) = 72$	d) $(x+2)(x+4)(x+6)(x+8) = -15$
e) $x(x+8)(x+7)(x-1) = 16$	f) $(x-3)(x-4)(x-6)(x-7) = 4$
g) $(x-1)(x+1)(x+2)(x-2) = 45x^2$	
h) $(x-4)(x-15)(x-6)(x-10) = 54x^2$	
i) $(2x+1)(x+1)^2(2x+3) = 112x^2$	
j) $(x+3)(x+4)(x+6)(x+8) = 462x^2$	

Bài 6. Giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{7}{x+2} + \frac{2}{x+3} = \frac{3x+11}{(x+2)(x+3)} & \text{b)} \frac{x}{x+2} - \frac{x^2+1}{x^2-2x-8} = \frac{3}{x-4} \\ \text{c)} \frac{x}{x+1} - \frac{4}{x-2} = \frac{x^2+2}{(x+1)(x-2)} & \text{d)} \frac{x}{x-2} - \frac{x^2+3}{x^2-4} = \frac{1}{x+2} \\ \text{e)} \frac{7}{x+2} + \frac{2}{x+3} = \frac{1}{x^2+5x+6} & \text{f)} \frac{1}{x-6} - \frac{2}{6+x} = \frac{3x+6}{x^2-36} \\ \text{g)} \frac{-2x^2+5}{9-4x^2} - \frac{x}{2x-3} + \frac{1}{x+3} = 0 & \text{h)} \frac{3}{x-3} - \frac{4}{3+x} = \frac{3x-7}{x^2-9} \end{array}$$

III.4. Giải bài toán bằng cách lập phương trình

1. Các bước giải:

Bước 1:

- Chọn một đại lượng cần tìm làm ẩn số, nêu tên đơn vị và đặt điều kiện cho ẩn (nếu có).
- Biểu diễn các đại lượng cần tìm khác qua ẩn số.
- Biểu diễn từng phần của đề bài thành các biểu. Xác định mối quan hệ giữa các biểu thức lập phương trình.

Bước 2: Giải phương trình.

Bước 3: Đối chiếu điều kiện, chọn nghiệm. Kết luận.

2. Một số điều cần lưu ý:

a) Một số công thức liên quan 3 đại lượng dạng $A = B \times C$

(Lưu ý: Nếu có $A = B \times C$ thì suy ra $B = A : C$ và $C = A : B$)

- Quãng đường = vận tốc \times thời gian
- Lượng sản phẩm = năng suất \times thời gian (1 máy)
- Lượng sản phẩm = năng suất \times số máy (1 ngày)
- Tiền mua (bán) = giá \times số lượng
- Tiền lời = lãi suất \times số tiền
- Kích thước trên bản đồ = tỉ lệ xích \times kích thước thật

b) Một số biểu thức dưới dạng ngôn ngữ đại số

- Số 'a trăm b chục c đơn vị' (\overline{abc}) = $100a + 10b + c$
- x hơn y 3 đơn vị (y kém x 3 đơn vị):
 $x = y + 3$ hoặc $y = x - 3$ hoặc $x - y = 3$
- x hơn y 3 lần (x gấp 3 lần y): $x = 3y$
- Hiệu các bình phương của a và b: $a^2 - b^2$
- Bình phương của hiệu hai số a và b: $(a - b)^2$

c) Sự tương đồng về đơn vị các đại lượng trong bài toán

Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Km/	h	km
m/s	s	m

....

TOÁN CHUYÊN ĐỘNG

1. Tóm tắt lý thuyết:

a) Công thức: Quãng đường = vận tốc \times thời gian

b) Đi xuôi dòng nước – Đi ngược dòng nước:

- $V_{\text{xuôi dòng}} = V_{\text{thực}} + V_{\text{nước}}$
- $V_{\text{ngược dòng}} = V_{\text{thực}} - V_{\text{nước}}$
- $V_{\text{xuôi dòng}} - V_{\text{ngược dòng}} = 2 \times V_{\text{nước}}$

c) Cách lập bảng:

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường

Xe 1			
Xe 2			

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Lúc đi			
Lúc về			

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Xuôi dòng			
Ngược dòng			

....

2. Ví dụ:

VD1: Một xe tải đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc 50 km/h rồi ngay lập tức quay về với vận tốc 40 km/h. Thời gian đi tổng cộng là 4 giờ 30 phút. Hỏi hai thành phố cách nhau bao nhiêu km?

VD2: Một xe tải đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc 50 km/h; cùng lúc đó một xe khách đi từ B về A với vận tốc 40 km/h. Sau 5 giờ thì hai xe gặp nhau tại một trại dừng chân. Hỏi hai thành phố cách nhau bao nhiêu km?

Bài 1. Cùng thời điểm một ô tô ở thành phố A và một xe máy ở thành phố B cách A một khoảng 120km cùng đi đến thành phố C (B nằm giữa A và C). Sau 3 giờ thì cả hai cùng đến thành phố C. Biết vận tốc ô tô gấp đôi xe máy. Tính vận tốc của mỗi xe và khoảng cách giữa hai thành phố B và C?

Bài 2. Cùng lúc 7 giờ sáng một ô tô ở thành phố A và một xe khách ở thành phố B cách A đúng 100km cùng đi đến thành phố C (B nằm giữa A và C). Đến 11h30' thì cả hai cùng đến thành phố C. Biết vận tốc ô tô gấp rưỡi xe khách. Tính vận tốc của mỗi xe và khoảng cách giữa hai thành phố B và C?

Bài 3. Một ngân hàng ở thành phố A vừa bị cướp. Nhận được tin báo của người dân rằng bọn cướp đang ở thị trấn B cách thành phố 210 km đang bắt đầu chạy trốn đến biên giới. Sau 2,5 giờ rượt đuổi, cảnh sát đã bắt được bọn cướp ngay lúc chúng chuẩn bị vượt biên. Biết rằng vận tốc truy đuổi của xe cảnh sát gấp 1,6 lần vận tốc chạy trốn của bọn cướp. Hỏi thị trấn B cách biên giới bao nhiêu km?

Dạng toán chuyển động ngược chiều:

Bài 5. Một người đi xe gắn máy khởi hành từ A đến B. Cùng lúc đó, một người đi xe hơi từ B đến A với vận tốc gấp đôi xe máy. Sau 2 giờ 30 phút thì hai người gặp nhau ở trạm dừng chân ven đường. Biết A và B cách nhau 250 km. Tính vận tốc mỗi xe? Chỗ gặp nhau cách mỗi thành phố bao xa?

Bài 5. Một người đi xe đạp khởi hành từ A đến B với vận tốc 20km/h. 1 giờ sau, một người đi ô tô cũng đi từ A đến B. Biết rằng khoảng cách giữa A và B là 250 km và sau khi đi được 1h30' thì người đi ô tô gặp người đi xe đạp trên đường. Hỏi vận tốc của ô tô là bao nhiêu? Chỗ gặp nhau cách thành phố A bao xa?

TOÁN HÌNH HỌC

1. Tóm tắt lý thuyết:

a) Công thức: Diện tích hình chữ nhật = chiều dài \times chiều rộng

b) Diện tích tăng – diện tích giảm:

• Diện tích tăng: $S_{\text{lúc sau}} = S_{\text{lúc đầu}} + S_{\text{tăng thêm}}$

• Diện tích giảm: $S_{\text{lúc đầu}} = S_{\text{lúc sau}} + S_{\text{giảm đi}}$

c) Cách lập bảng (bài toán diện tích tăng – giảm):

	Chiều rộng	Chiều dài	Diện tích
Lúc đầu			
Lúc sau			

....

2. Ví dụ:

VD1: Khu vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 3 m. Nếu tăng chiều dài thêm 4 m và giảm chiều rộng đi 1 m thì diện tích khu vườn tăng thêm 8 m². Tính chu vi khu vườn ban đầu?

VD2: Khu vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Nếu tăng chiều dài thêm 2 m và giảm chiều rộng đi 3 m thì diện tích khu vườn giảm đi 46 m². Tính chu vi và diện tích khu vườn ban đầu?

VD3: Khu vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp rưỡi chiều rộng. Biết diện tích chu vi khu vườn là 350 m. Tính diện tích khu vườn?

VD4: Khu vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 5 m. Biết diện tích khu vườn là 150 m². Tính chu vi khu vườn?

VD5: Khu vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp ba chiều rộng, diện tích khu vườn là 768 m². Tính chu vi khu vườn?

Dạng toán diện tích tăng – giảm:

Bài 1. Khu đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 3 m. Nếu tăng chiều dài thêm 4 m và giảm chiều rộng đi 10 m thì diện tích khu đất giảm đi 292 m². Tính diện tích ban đầu của khu đất?

Bài 2. Khu đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 12 m. Nếu giảm chiều dài đi 4 m và giảm chiều rộng đi 2 m thì diện tích khu đất giảm đi 256 m². Tính diện tích khu đất ban đầu?

Bài 3. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 6m. Nếu giảm chiều rộng 2m, và tăng chiều dài 4m thì diện tích tăng 4m². Tính chu vi của khu vườn.

Bài 4. Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 5m. Nếu tăng chiều dài lên 3m và tăng chiều rộng 2m thì diện tích tăng 41m². Tìm chu vi của hình chữ nhật lúc đầu.

Bài 5. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Nếu tăng cả chiều dài và chiều rộng thêm 5m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 385m². Tính kích thước mảnh vườn.

Bài 6. Khu vườn nhà ông Tư có hình chữ nhật với chiều dài hơn chiều rộng 40 m. Anh con trai cả đã lớn sắp lập gia đình nên ông Tư định cắt bớt một khoảng đất cuối khu vườn tầm 20 m dọc theo toàn bộ chiều rộng khu vườn để bán lấy tiền cưới vợ cho con. Vì vậy diện tích khu vườn còn lại chỉ bằng $\frac{4}{5}$ so với ban đầu. Hỏi diện tích ban đầu của khu vườn là bao nhiêu? Diện tích còn lại là bao nhiêu?

Dạng toán khác:

Bài 7. Một hình chữ nhật có chu vi 120m. Tìm diện tích hình chữ nhật, biết chiều dài hơn chiều rộng là 20m.

Bài 8. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 100m. Tìm diện tích hình chữ nhật, biết chiều dài hơn chiều rộng là 12m.

Bài 9. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều rộng bằng $\frac{2}{3}$ chiều dài và diện tích bằng 150 m². Tính chu vi khu vườn đó.

Bài 10. Một hình chữ nhật có chiều dài bằng $\frac{5}{3}$ chiều rộng và diện tích là 240 m². Tính chu vi hình chữ nhật.

Bài 11. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi gấp 3 lần chiều dài và diện tích bằng 288 m². Tính chu vi khu vườn đó.

Bài 12. Một hình chữ nhật có chu vi gấp 5 lần chiều rộng. Nếu tăng chiều rộng thêm 1 cm và giảm chiều dài 2 cm thì diện tích hình chữ nhật giảm đi 7 cm². Tính các kích thước và diện tích ban đầu của hình chữ nhật?

DẠNG TOÁN KHÁC

Bài 1: Hai đội công nhân cùng xây con đường thì làm xong trong 3 ngày 18 giờ. Nếu mỗi đội làm riêng thì đội 1 làm xong công việc với thời gian gấp ba lần đội 2. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội cần bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc?

Bài 2: Nếu cùng chảy thì hai vòi nước làm đầy bể trong 4 giờ 12 phút. Nếu chảy riêng thì vòi 1 cần nhiều hơn vòi 2 đến 8 giờ mới làm đầy bể. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

Bài 3: Hai thợ lợp mái thì lợp xong mái tòa biệt thự trong 10 ngày. Biết rằng nếu làm một mình thì người thứ nhất sẽ làm xong nhanh gấp 2 lần rưỡi người người thứ hai. Hỏi nếu làm việc một mình thì mỗi người sẽ làm xong công việc trong bao nhiêu tuần?

Bài 4. Hai người cùng làm một công việc thì trong 12 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 4 giờ, người thứ hai làm trong 6 giờ thì được $\frac{2}{5}$ công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người làm hết công việc trong bao lâu?

Bài 5. Hai đội công nhân xây dựng làm chung trong 4 giờ thì xong công việc. Nếu làm riêng mỗi đội mất bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc. Biết đội thứ nhất cần thời gian ít hơn so với đội thứ hai là 6 giờ.

đường AB và thời gian dự định lúc đầu.

Bài 5. Trước đây 7 năm, tuổi của ông gấp 4 lần tuổi của cháu. Hiện nay, nếu tuổi của ông bớt đi 7 thì sẽ gấp 3 lần tuổi cháu. Tính tuổi ông và cháu hiện nay.

Bài 6. Ông của Bình hơn Bình 58 tuổi. Nếu cộng tuổi của bố Bình và hai lần tuổi của Bình thì bằng tuổi của ông và tổng số tuổi của cả ba người bằng 130. Hãy tính tuổi của Bình.

Bài 7. Số sách ở ngăn thứ nhất bằng $\frac{3}{5}$ ngăn thứ hai. Nếu lấy 4 quyển sách từ ngăn thứ hai bỏ qua ngăn thứ nhất thì ngăn thứ nhất có số sách bằng $\frac{5}{7}$ ngăn kia. Tìm số sách ở mỗi ngăn lúc đầu.

CHUYÊN ĐỀ 4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

IV.1. Bất phương trình

- Bất phương trình là một bất đẳng thức có chứa biến mà ta phải tìm giá trị của biến để bất đẳng thức đúng.
- Bất phương trình có dạng: $2x - 1 < 0$; $-3y + 2 \geq 5$; $x^2 + 2x - 3 \leq 0$...
- Các biến số được gọi là ẩn (ẩn x; ẩn y, ...)
- Giá trị của ẩn làm cho bất đẳng thức đúng gọi là nghiệm của bất phương trình.
- Tập hợp tất cả các nghiệm của một bất phương trình gọi là tập nghiệm của bất phương trình đó.

IV.1.1. Bất phương trình bậc nhất một ẩn:

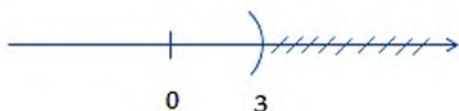
a) **Định nghĩa:** Bất phương trình bậc nhất một ẩn có dạng $ax + b < 0$ (hoặc $ax + b > 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b \geq 0$), trong đó a, b là các hệ số đã cho và $a \neq 0$.

b) **Cách giải:**

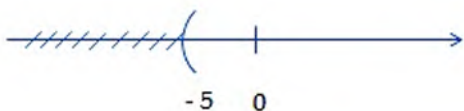
- Chuyển các hạng tử chứa x sang một vế, các hạng tử còn lại qua vế kia, thu gọn để được dạng:
 $ax < m$ (1) (hoặc $ax > m$, $ax \leq m$, $ax \geq m$)
- $(1) \Leftrightarrow x < \frac{m}{a}$ (nếu $a > 0$)
- $(1) \Leftrightarrow x > \frac{m}{a}$ (nếu $a < 0$)

c) **Biểu diễn tập nghiệm trên trục số:**

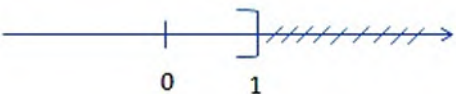
- Biểu diễn tập nghiệm $\{x \mid x < 3\}$ trên trục số:



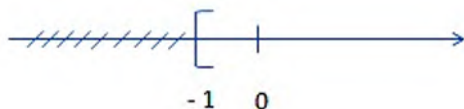
- Biểu diễn tập nghiệm $\{x \mid x > -5\}$ trên trục số:



- Biểu diễn tập nghiệm $\{x \mid x \leq 1\}$ trên trục số:



- Biểu diễn tập nghiệm $\{x \mid x \geq -1\}$ trên trục số:



Ví dụ:

VD1: Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm lên trục số:

a) $2x + 6 \leq 3 - 2x$

b) $5 - 2x \geq 4 + 3x$

c) $(3x - 5)^2 < 9x^2 + 4$

d) $(2x + 1)(x - 1) + 2 > 2x^2 - 3x$

VD2: Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm lên trục số:

a) $\frac{2x}{3} + \frac{x-1}{2} \leq \frac{3}{4}$

b) $\frac{5x-2}{3} + \frac{2x+1}{2} \leq \frac{x-1}{5} + \frac{1}{6}$

c) $\frac{x}{6} + \frac{2x-3}{2} > \frac{3x-4}{4}$

d) $\frac{x-1}{7} + \frac{3x+2}{3} \leq \frac{2-x}{21} + \frac{1}{14}$

IV.2. Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối

IV.2.1 Phương trình $|A| = B$:

a) Phương pháp:

$$\bullet |A| = B \quad (1) \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 & (2) \\ A = B & (3) \\ A = -B & (4) \end{cases}$$

- Giải phương trình (3) và (4). Nghiệm nào của (3) và (4) thỏa bất phương trình (2) mới là nghiệm của phương trình (1).

b) Ví dụ:

VD1: Giải các phương trình sau:

a) $|2x + 3| = 1$

b) $|x + 6| = 2x + 9$

c) $|3x - 2| - 7 = x - 1$

IV.2.2. Phương trình $|A| = |B|$:

a) Phương pháp:

$$\bullet |A| = |B| \quad (1) \Leftrightarrow \begin{cases} A = B & (2) \\ A = -B & (3) \end{cases}$$

- Giải phương trình (2) và (3). Mọi nghiệm của phương trình (2), (3) đều là nghiệm của phương trình (1).

b) Ví dụ:

VD2: Giải các phương trình sau:

a) $|2x - 5| = 3$

b) $|5x + 2| = |2x - 9|$

c) $|3x - 2| = |9x^2 - 4|$

IV.2.3. Phương trình $|A| + |B| + \dots + |N| = 0$:

a) Phương pháp:

$$\bullet |A| + |B| + \dots + |N| = 0 \quad (1) \quad \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 & (2) \\ B = 0 & (3) \\ \dots \\ N = 0 & (n) \end{cases}$$

- Giải phương trình (2), (3), ..., (n). Nghiệm chung của các phương trình (2), (3), ..., (n) là nghiệm của phương trình (1).

b) Ví dụ:

VD2: Giải các phương trình sau:

a) $|2x - 5| + |4x^2 - 25|$ b) $|x + 2| + |2x^2 - 8| + |x^2 - x - 2| = 0$

BÀI TẬP

Bài 1. Giải các bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $\frac{2x-3}{3} + \frac{3x-2}{2} > \frac{x}{6}$

b) $\frac{x}{3} - \frac{3x-4}{5} > 3$

c) $\frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{3} \geq \frac{x+7}{15}$

d) $\frac{x-2}{3} + \frac{x+3}{4} \leq \frac{x-1}{2}$

e) $\frac{3(x+1)}{8} < 3 - \frac{x-1}{2}$

f) $\frac{x+6}{4} - \frac{x-2}{6} < \frac{x+1}{3}$

Bài 2. Giải phương trình:

a) $|2x - 5| = 1$

b) $|3x - 4| = x + 2$

c) $|x - 6| = 3$

d) $|2x - 5| = 4 - x$

e) $|1 - 3x| = 4 - x$

f) $|3x + 1| - 2 = 2 - x$

g) $|x^2 + 5x - 14| = x - 2$

h) $|x^2 - 2x - 11| = x^2 - 2x - 19$

i) $|x^2 - x - 6| = x - 3$

j) $|x^2 - 5x + 6| = x^3 - 2x^2 - 9x + 18$

Bài 3. Giải phương trình:

a) $|x - 5| = |2x|$

b) $|3x + 1| = |x - 2|$

c) $|2 + 5x| = |1 - x|$

d) $|x^2 - 2x + 4| = |x^3 - x^2 + 2|$

e) $|x - 6| = |3x - 2|$

f) $|3x^2 - 8x + 5| = |x^2 + x - 2|$

g) $|6x - 2| = |2 - 3x|$

h) $|x^3 - 10x + 24| = |4x - x^2 - 6|$

i) $|1 - 2x| = 4|x - 3|$

j) $|x^3 - 2x^2 - 4x + 6| = |2x^2 - x^3 + 4x - 10|$

CHUYÊN ĐỀ: TỨ GIÁC

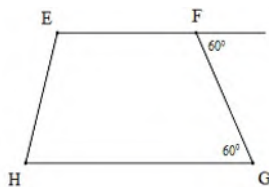
1. HÌNH THANG – HÌNH THANG CÂN

1. Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song.

$EFGH$ là hình thang $\Leftrightarrow EF \parallel GH$

EF : đáy bé; GH : đáy lớn

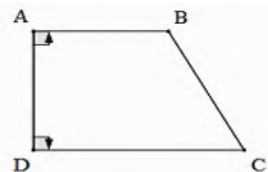
EH, FG : các cạnh bên



2. Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông.

Tứ giác $ABCD$ có: $\begin{cases} AB \parallel CD \\ \hat{A} = 90^\circ \end{cases}$

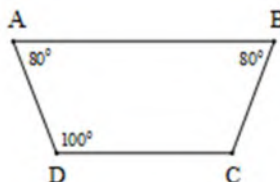
$\Leftrightarrow ABCD$ là hình thang vuông.



1. Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

$ABCD$ là hình thang cân

$\Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ \hat{A} = \hat{B}, \hat{C} = \hat{D} \end{cases}$



2. Tính chất:

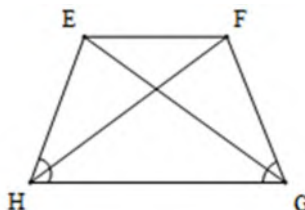
- Hai cạnh bên bằng nhau
- Hai đường chéo bằng nhau
- Hai góc kề đáy bằng nhau

$EFGH$ là hình thang cân ($EF \parallel GH$)

Dấu hiệu nhận biết hình thang cân

- Hình thang + hai góc kề đáy bằng nhau \Rightarrow Hình thang cân.

Hình thang + hai đường chéo bằng nhau \Rightarrow Hìnhthang cân.



2. HÌNH BÌNH HÀNH

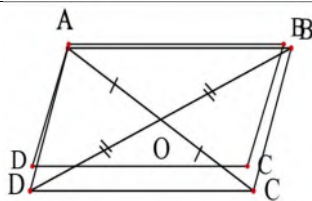
1. Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song

2. Tính chất: Trong hình bình hành:

- a. Các cạnh đối bằng nhau ($AB = CD, AD = BC$)
- b. Các góc đối bằng nhau ($\hat{A} = \hat{C}, \hat{B} = \hat{D}$)
- c. Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường ($OA = OC, OB = OD$)

3. Dấu hiệu nhận biết:

- a. Tứ giác + các cạnh đối song song \Rightarrow Hình bình hành.
 b. Tứ giác + các cạnh đối bằng nhau \Rightarrow Hình bình hành.
 c. Tứ giác + hai cạnh đối song song và bằng nhau \Rightarrow Hình bình hành.
 d. Tứ giác + các góc đối bằng nhau \Rightarrow Hình bình hành.
 e. Tứ giác + hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường \Rightarrow Hình bình hành.

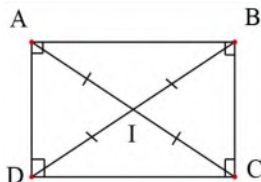


3. HÌNH CHỮ NHẬT

1. **Hình chữ nhật** là tứ giác có 4 góc vuông.

2. **Tính chất:**

- Hình chữ nhật có tất cả tính chất của hình bình hành và hình thang cân.
- Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

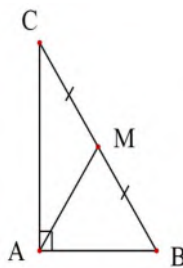


3. **Dấu hiệu nhận biết:**

- Tứ giác + ba góc vuông \Rightarrow Hình chữ nhật.
- Hình thang cân + một góc vuông \Rightarrow Hình chữ nhật.
- Hình bình hành + một góc vuông \Rightarrow Hình chữ nhật.
- Hình bình hành + hai đường chéo bằng nhau \Rightarrow Hình chữ nhật.

4. **Ứng dụng vào tam giác**

- Trong một tam giác vuông đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.
- Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.



$$\Delta ABC \text{ vuông tại } A \text{ có } AM \text{ là trung tuyến} \Leftrightarrow AM = MB = MC = \frac{BC}{2}$$

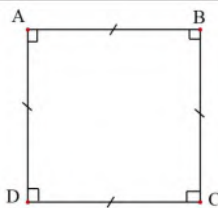
4. HÌNH VUÔNG

1. **Hình vuông** là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.

2. Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi.

3. **Dấu hiệu nhận biết:**

- Hình chữ nhật + hai cạnh kề bằng nhau \Rightarrow Hình vuông.
- Hình chữ nhật + hai đường chéo vuông góc \Rightarrow Hình vuông.
- Hình chữ nhật + một đường chéo là phân giác một góc \Rightarrow Hình vuông.
- Hình thoi + một góc vuông \Rightarrow Hình vuông.
- Hình thoi + hai đường chéo bằng nhau \Rightarrow Hình vuông.



BÀI TẬP

Bài 1. Cho ΔABC cân tại A. Gọi M, N, H theo thứ tự là trung điểm của AB, AC và BC.

- a) Tứ giác BMNC và tứ giác BMNH là hình gì? Vì sao?
 b) Gọi D là điểm đối xứng của H qua N. Chứng minh: ADCH là hình chữ nhật.
 d) Kẻ $DE \perp AC$, gọi K là trung điểm của EC. Qua K vẽ đường thẳng $d \perp DK$. Chứng minh: Ba đường thẳng AH, MN và d đồng quy (cùng gặp nhau tại 1 điểm).

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 12\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$. Gọi D là trung điểm của AB, E là trung điểm của BC.

- a) Tính độ dài của AC và DE.
 b) Gọi F là điểm đối xứng của E qua D. Chứng minh tứ giác AFEC là hình bình hành và tứ giác AFBE là hình thoi.
 c) CF cắt AE và AB lần lượt tại M và K. DM cắt AC tại N. Chứng minh $\triangle MDF = \triangle MNC$ và tứ giác ADEN là hình chữ nhật.
 d) Tính độ dài của BK.

Bài 3. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$). Gọi D, E lần lượt là trung điểm các cạnh BC, AC. Trên tia đối của tia DE lấy điểm F sao cho D là trung điểm đoạn thẳng EF.

- a) Chứng minh: Tứ giác BFCE là hình bình hành.
 b) Chứng minh: Tứ giác BFEA là hình chữ nhật.
 c) Vẽ AH là đường cao của $\triangle ABC$. Gọi M là trung điểm đoạn thẳng HC. Chứng minh: $FM \perp AM$.

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH. Kẻ HD vuông góc với AB (D thuộc AB) và HE vuông góc với AC (E thuộc AC).

- a) Chứng minh ADHE là hình chữ nhật.
 b) Gọi F là điểm đối xứng với điểm B qua H và K là điểm đối xứng với điểm A qua H. Chứng minh tứ giác ABKF là hình thoi.
 c) Chứng minh AF vuông góc với CK.

CHUYÊN ĐỀ. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

1. Định lý Talet và hệ quả định lý Talet

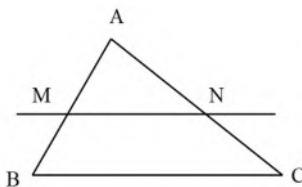
1. Định lý Talet:

Định lý Talet:

Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỷ lệ.

$$\Delta ABC \text{ có } MN \parallel BC$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}; \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}; \frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}$$



2. Định lý Ta – lét đảo:

a) Định lý:

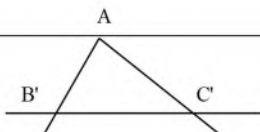
Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với các cạnh còn lại của tam giác.

3. Hệ quả:

a) Hệ quả:

Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

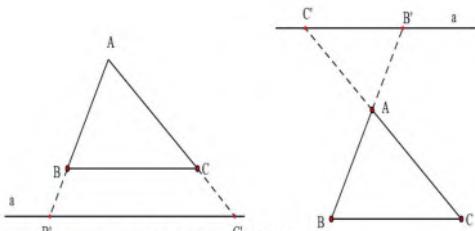
Nếu $\triangle ABC$ có $B'C' \parallel BC$



Thì $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

Chú ý : Hệ quả trên vẫn đúng cho trường hợp đường thẳng a song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại

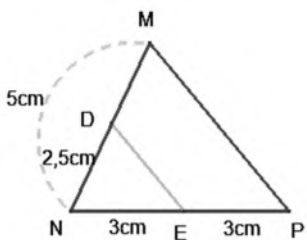
$B'C' \parallel BC$
 $\Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$



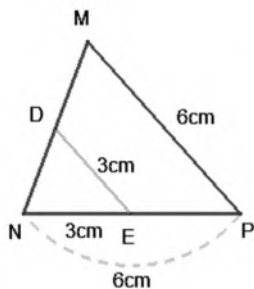
b) Ví dụ:

VD4: Cho hình vẽ sau. Hãy chứng minh $DE \parallel MP$?

a)



b)



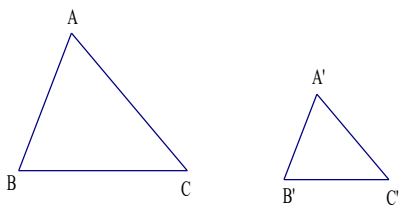
2. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

1. Định nghĩa:

$\Delta A'B'C'$ đồng dạng với ΔABC ($\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$) nếu :

$$\begin{cases} \widehat{A'} = \widehat{A}; \widehat{B'} = \widehat{B}; \widehat{C'} = \widehat{C} \\ \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k \end{cases}$$

(k – tỉ số đồng dạng)



2. Trường hợp đồng dạng thứ nhất:

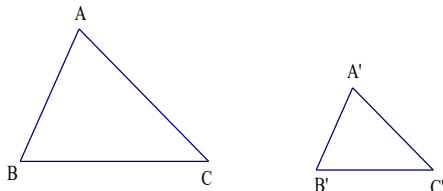
Định lí:

Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

Xét ΔABC và $\Delta A'B'C'$:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ (c.c.c)

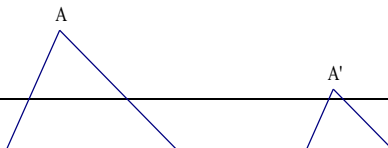


3. Trường hợp đồng dạng thứ 2

Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau, thì hai tam giác đó đồng dạng.

Xét ΔABC và $\Delta A'B'C'$:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}, \widehat{A'} = \widehat{A}$$



$$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \text{ (c.g.c)}$$

4. Trường hợp đồng dạng thứ ba:

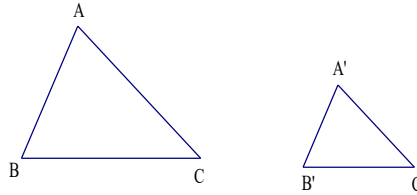
Định lí:

Nếu hai góc của tam giác này tỉ lệ với hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

Xét ΔABC và $\Delta A'B'C'$:

$$\widehat{A'} = \widehat{A}, \widehat{B'} = \widehat{B}$$

$$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \text{ (g.g)}$$



BÀI TẬP

Bài 1. Cho hình chữ nhật ABCD có cạnh $AB = 6\text{cm}$; $AD = 4,5\text{cm}$. Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với BD tại H.

Đường thẳng này cắt DC và BC lần lượt tại K và I.

- Chứng minh hai tam giác ABH và DKH đồng dạng.
- Chứng minh: $BH \cdot BD = BC \cdot BI$
- Chứng minh: hai góc BHC và BID bằng nhau.
- Tính BD và CI.

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), có đường cao AH.

- Chứng minh: tam giác ACH đồng dạng tam giác ABC.
- Chứng minh: $AH^2 = HB \cdot HC$
- Phân giác \widehat{BAC} lần lượt cắt BC và đường thẳng vuông góc với AB tại B ở D và I. Chứng minh: $AD \cdot AB = AC \cdot ID$
- Biết $\frac{DB}{DC} = \frac{3}{4}$. Tính $\frac{HC}{HB}$?

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH và đường phân giác trong BD.

- Chứng minh: $\Delta BAH \sim \Delta BCA$. Suy ra: $AH \cdot BC = AB \cdot AC$
- Chứng minh: $\frac{DA}{DC} = \frac{AH}{AC}$.
- Qua C vẽ đường thẳng a song song với BD, từ B kẻ BE vuông góc a (E thuộc a), đường thẳng BE cắt đường thẳng AC tại F. Chứng minh: $DA \cdot FC = DC \cdot FA$
- Chứng minh: $\Delta ABE \sim \Delta BDC$.

Bài 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) và ba đường cao BD, CE, AF.

- Chứng minh $\Delta BAD \sim \Delta CAE$ suy ra $AE \cdot AB = AD \cdot AC$
- Chứng minh $\Delta AED \sim \Delta ACB$. Cho $\frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$ và $AF = 10\text{cm}$. Tính độ dài đường cao AH của tam giác AED.
- Chứng minh đường thẳng qua trung điểm O của BC và song song với AH đi qua trung điểm I của DE.

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A, vẽ đường cao AH.

- Chứng minh: $\Delta ABC \sim \Delta HBA$. Từ đó suy ra: $AB^2 = BH \cdot BC$.
- Chứng minh rằng: $\Delta HAB \sim \Delta HCA$. Từ đó suy ra: $AH^2 = BH \cdot CH$
- Vẽ HD vuông góc AC tại D. Đường trung tuyến CM của tam giác ABC cắt HD tại N.

Chứng minh: $\frac{HN}{BM} = \frac{CN}{CM}$ và $HN = DN$

- Qua A vẽ đường thẳng d song song với BC. Trên đường thẳng d lấy điểm E (E và C nằm trên cùng nửa mặt phẳng bờ AH) sao cho $\frac{AE}{BC} = \frac{AD}{DC}$. Gọi I là giao điểm của AH và CM. Chứng minh rằng ba điểm B, E, I thẳng hàng.

Bài 1: Tìm số dư của $x + x^3 + x^9 + x^{27} + x^{81}$ khi chia cho $x-1$

Bài 2: Tìm số dư của : $x + x^3 + x^9 + x^{27} + x^{81}$ khi chia cho $x^2 - 1$

Bài 3: Xác định dư của: $P(x) = 1 + x + x^9 + x^{25} + x^{49} + x^{81}$ khi chia cho $x^3 - x$

Bài 4: Tìm n nguyên để: $3n^3 + 10n^2 - 5:3n + 1$

Bài 5. Tìm hệ số a, b để: $x^3 + ax + b : x^2 + x - 2$

Bài 6. Giải phương trình: $x(x+1)(x-1)(x+2) = 24$

Bài 7. Giải phương trình $(x+2)(x-2)(x^2-10) = 72$

Bài 8. Tìm GTNN của: $B(x) = x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 30$

Bài 9. Tìm GTNN của: $C(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2017$

Bài 10. Tìm GTNN của: $D = (2x-1)(x+2)(x+3)(2x+1)$

Bài 11. Tìm min hoặc max của: $R = \frac{2x^2 - 16x + 41}{x^2 - 8x + 22}$

Bài 12. Tìm min hoặc max của: $E = \frac{2x+1}{x^2}$

Bài 13. Tìm min hoặc max của: $D = \frac{2x+1}{x^2+2}$

Bài 14. Cho $abc=2015$, Tính $A = \frac{2015a}{ab+2015a+2015} + \frac{b}{bc+b+2015} + \frac{c}{ac+c+1}$

Bài 15. Cho $abc = -2012$, Tính $B = \frac{a}{ab+a-2012} + \frac{b}{bc+b+1} - \frac{2012c}{ac-2012c-2012}$

Bài 16. Chứng minh rằng nếu $xyz=1$ thì $\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx} = 1$

Bài 17. Tính giá trị của biểu thức sau biết : $abc = 2016$

$$P = \frac{2bc-2016}{3c-2bc+2016} - \frac{2b}{3-2b+ab} + \frac{4032-3ac}{3ac-4032+2016a}$$

Bài 18. Tìm nghiệm nguyên của phương trình

a. $3xy - x + y = 1$

b. $2x^2 + 3xy - 2y^2 = 7$

c. $2xy^2 + x + y + 1 = x^2 + 2y^2 + xy$

d. $3x^2 + y^2 + 4xy - 8x - 2y = 0$

e. $x^2 - 3y^2 + 2xy + 2x - 4y - 7 = 0$

Bài 19. Giải các phương trình $s(x^2 + x + 4)^2 + 8x(x^2 + x + 4) + 16x^2 = 0$

Bài 20. Phân tích các đa thức thành nhân tử: $x^2 + 2xy + y^2 - x - y - 12$

Bài 21. : Cho hình vuông ABCD và 1 điểm E bất kỳ nằm giữa 2 điểm A và B, trên tia đối của tia CB lấy 1 điểm F sao cho $CF = AE$

a) Tính \widehat{EDF}

b) Gọi G là điểm đối xứng với D qua trung điểm I của EF, tứ giác DEGF là hình gì?

c) CMR: AC, DG, EF đồng quy

Bài 22. Cho HBH ABCD đường chéo lớn AC, Từ C kẻ CE vuông góc với AB, CF vuông góc với AD

CMR: Hệ thức: $AB.AE + AD.AF = AC^2$

Bài 23. Cho ΔABC và 1 điểm O thuộc miền trong của tam giác, đường

thẳng đi qua O và // với AB cắt BC tại D và cắt AC tại G, đường thẳng

đi qua O và //BC cắt AB tại K và AC tại F, đường thẳng đi qua O và //AC cắt AB tại H và BC tại E

a, CMR: $\frac{KH}{AB} + \frac{DE}{BC} + \frac{GF}{AC} = 1$

b, CMR: $\frac{DG}{AB} + \frac{KF}{BC} + \frac{EH}{AC} = 2$

Bài 24. Cho HBH ABCD đường thẳng a đi qua A lần lượt cắt BD, BC, DC tại E, K, G

CMR:

a, $AE^2 = EK.EG$

b, $\frac{1}{AE} = \frac{1}{AK} + \frac{1}{AG}$

c, Khi a thay đổi thì tích $BK.DG$ có giá trị không đổi?