



ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP KIỂM TRA ĐẦU VÀO – MÔN TOÁN 8
NĂM HỌC 2022 - 2023

CHUYÊN ĐỀ: SỐ HỮU TỈ - SỐ THỰC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. SỐ HỮU TỈ

- Quy tắc: Số hữu tỉ là số viết dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là \mathbb{Q} .

- Số hữu tỉ lớn hơn 0 gọi là số hữu tỉ dương;
- Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 gọi là số hữu tỉ âm;
- Số hữu tỉ 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

2. GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

- Giá trị tuyệt đối của của số hữu tỉ x , kí hiệu là $|x|$, là khoảng cách từ điểm x đến điểm 0 trên trục số.

- $$|x| = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

- Nhận xét: Với $x \in \mathbb{Q}$ ta luôn có : $|x| \geq 0, |x| = |-x|, |x| \geq x$

3. LŨY THỪA

- Lũy thừa bậc n của một số hữu tỉ x , kí hiệu x^n , là tích của n thừa số x (n là một số tự nhiên ó hơn 1)

$x^n = \underbrace{x.x \dots x}_{n \text{ số}}$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$); x^n gọi là một lũy thừa; x là cơ số, n là số mũ.

Qui ước: $x^1 = x$, $x^0 = 1$ ($x \neq 0$).

*** Các công thức :**

$$+ x^m \cdot x^n = x^{m+n}; \quad x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0, m \geq n); \quad (x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

$$+ (x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n \quad \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$$

4. TỈ LỆ THỨC

1. Định nghĩa: Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

2. Tính chất:

$$+ \text{Nếu } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ thì } a \cdot d = b \cdot c$$

+ Nếu $a \cdot d = b \cdot c$ và a, b, c, d $\neq 0$ thì ta có các tỉ lệ thức:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}; \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

5. TÍNH CHẤT DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

*** Tính chất:**

$$+ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} \quad (b \neq d, b \neq -d)$$

$$+ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a-c+e}{b-d+f}$$

*** Chú ý:** 3 số a, b, c tỉ lệ với x, y, z ta có viết: $a : b : c = x : y : z$

BÀI TẬP:

Bài 1. Tìm x

a. $|x+2| = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$

b. $|x+3| = \frac{4}{5} - 1\frac{1}{2} + \frac{7}{3}$

$$c. |x-4| = \frac{1}{5} - \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{4}\right)$$

$$d. |x-7| = \frac{1}{4} + \left|\frac{-5}{3} + \frac{1}{5}\right|$$

$$e. |x+5| = \frac{1}{7} - \left|\frac{4}{3} - \frac{1}{6}\right|$$

$$f. \left|x + \frac{2}{3}\right| = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right)$$

$$g. \left|x - \frac{1}{5}\right| = \left|\frac{-5}{2}\right| - \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right)$$

$$h. \left|x - \frac{5}{2}\right| = \frac{4}{3} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)$$

$$i. \left|x + \frac{5}{6}\right| = \left|\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right| + \frac{-3}{4}$$

$$k. \left|x - \frac{1}{5}\right| + \frac{1}{3} = \frac{1}{4} - \left|\frac{-3}{2}\right|$$

Bài 2. Tìm x, biết

$$a. -\frac{5}{6} + 3x = \frac{2}{3} - \frac{1}{2}x$$

$$b. 3x - \frac{5}{3} = x - \frac{1}{4}$$

$$c. -2x + \frac{3}{14} = \frac{1}{7} - \frac{4}{21}$$

$$d. -2\frac{1}{3}x - 3\frac{1}{6} = 1 - \frac{1}{2}$$

Bài 3. Rút gọn rồi tính:

$$a. \frac{8^2 \cdot 4^5}{2^{20}}$$

$$b. \frac{81^{11} \cdot 3^{17}}{27^{10} \cdot 9^{15}}$$

$$c. \frac{3^2 \cdot 6^3 \cdot 9^6}{2^3 \cdot 3^{15}}$$

$$d. \frac{4^3 \cdot 25 \cdot 5^{13}}{2^5 \cdot 5^{12}}$$

Bài 4: Tìm x, biết:

$$a. x = \frac{7^2 \cdot 14^3 \cdot 49^6}{2^3 \cdot 7^{15}}$$

$$b. x = \frac{5^2 \cdot 15^3 \cdot 25^7}{3^3 \cdot 5^{17}}$$

$$c. x = \frac{5^2 \cdot 7^6 \cdot 35^7}{5^9 \cdot 7^{12}}$$

$$d. x = \frac{5^{2013} \cdot 12^{2012} \cdot 3^{2011}}{15^{2011} \cdot 4^{2012} \cdot 3^{2010}}$$

Bài 5: Tìm x, biết:

$$a. 2^x = 2^3$$

$$b. 3^{x+1} = 3^2$$

$$c. (-6)^{x+4} = -\frac{1}{216}$$

$$d. \left(\frac{1}{9}\right)^x = \left(\frac{1}{27}\right)^6$$

Bài 6. Tìm x, biết:

$$a. \frac{-3}{x} = \frac{15}{7}$$

$$b. \frac{0,1}{5} = \frac{x}{15}$$

c. $\frac{-4}{1,2} = \frac{x}{-3,6}$

d. $\frac{-2,6}{12} = \frac{x}{-42}$

e. $\frac{3}{x-1} = \frac{21}{16}$

f. $\frac{x-2}{3} = \frac{4}{5}$

g. $\frac{x+3}{-4} = \frac{5}{20}$

h. $\frac{x+1}{x-2} = \frac{3}{4}$

Bài 7: Ba lớp 7A; 7B; 7C tham gia trồng cây do nhà trường phát động. Hai lớp 7A và 7C đã trồng được 160 cây. Tính số cây mỗi lớp trồng được, biết rằng số cây của ba lớp trồng theo tỉ lệ 3;6; 5.

Bài 8: Số học sinh giỏi các lớp 7A, 7B, 7C tỷ lệ với 4; 3; 2. Tìm số học sinh giỏi mỗi lớp. Biết rằng số học sinh giỏi của lớp 7A nhiều hơn lớp 7C là 6 em.

Bài 9: Khối học sinh lớp 7 tham gia trồng ba loại cây : Phượng, bạch đàn và tràm. Số cây phượng , bạch đàn và tràm tỉ lệ với 2 ; 3 và 5. Tính số cây mỗi loại , biết rằng tổng số cây của cả 3 loại là 120 cây

Bài 10: Sau khi phát động cuộc thi “Giải toán qua Internet, ViOlympic”. Thông qua trang web www.violympic.vn, cô giáo dạy toán lớp 7A, 7B, 7C của một trường THCS đã biết được có 96 học sinh của ba lớp trên tham gia. Biết rằng số học sinh của mỗi lớp: 7A, 7B, 7C tham gia Violympic lần lượt tỉ lệ với các số 4; 5; 3. Hỏi số học sinh của mỗi lớp 7A, 7B, 7C tham gia Violympic là bao nhiêu bạn?

CHUYÊN ĐỀ HÀM SỐ

1. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN

- Định nghĩa: Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = kx$ (với k là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k.
- Tính chất: $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \dots = k$; $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$; $\frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3}$; ...

Bài 1: Cho tam giác ABC có ba cạnh AB, AC, BC tỉ lệ thuận với 3 ; 4 ; 5 và chu vi tam giác là 60cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC

Bài 2: Lớp 7A, 7B trồng được tất cả 102 cây. Số cây lớp 7B trồng được bằng $\frac{8}{9}$ số cây lớp 7A.

Hỏi mỗi lớp trồng được bao nhiêu cây?

Bài 3: Cuối học kì I số học sinh khối 6,7,8,9 của một trường tỉ lệ với 1,5: 1,1: 1,3: 1,2 . Số học sinh giỏi của khối 8 nhiều hơn số học sinh giỏi khối 9 là 6 em. Tính số học sinh giỏi của mỗi khối.

Bài 4: Tính diện tích hình chữ nhật biết rằng tỉ số giữa hai cạnh của nó bằng $\frac{2}{5}$ và chu vi bằng 28m.

2. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

- Định nghĩa: Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức $y = \frac{a}{x}$ hay $xy = a$ (với a là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ nghịch với x theo hệ số tỉ lệ a .
- Tính chất: $x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = \dots = a$; $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$; $\frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}$;...

Bài 1: Ba đội máy gặt đập liên hợp cùng thu hoạch lúa trên ba cánh đồng có cùng diện tích. Đội thứ nhất thu hoạch xong trong 6 ngày, đội thứ hai thu hoạch xong trong 5 ngày và đội thứ ba thu hoạch xong trong 15 ngày. Hỏi mỗi đội có mấy máy, biết tổng số máy của cả ba đội là 13 máy.

Bài 2: Ba đội máy cày làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội 1 hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội 2 hoàn thành công việc trong 6 ngày, đội 3 hoàn thành công việc trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy (các máy có cùng năng suất) Biết rằng đội 1 nhiều hơn đội 2 là 4 máy

Bài 3: Cùng số tiền mua 51 mét vải loại I có thể mua được bao nhiêu mét vải loại II, biết rằng giá tiền 1 mét vải loại II chỉ bằng 85 % giá tiền 1 mét vải loại I.

Bài 4: Bốn đội máy cày có 36 máy (có cùng năng suất) làm việc trên bốn cánh đồng có diện tích bằng nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai hoàn thành trong 6 ngày, đội thứ ba trong 10 ngày, đội thứ tư trong 12 ngày. Hỏi mỗi đội có mấy máy?

CHUYÊN ĐỀ ĐƠN THỨC - ĐA THỨC

1. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ:

1) Những biểu thức bao gồm các số hoặc chữ (đại diện cho số) được nối với nhau bởi các kí hiệu phép toán cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa được gọi là biểu thức đại số

2) Trong các biểu thức đại số, các chữ có thể đại diện cho các số tùy ý nào đó, người ta gọi những chữ như vậy là biến số (Hay gọi là biến)

3) Cách viết biểu thức đại số:

- Không viết dấu nhân giữa các chữ, cũng như giữa số và chữ. Trong một tích, ta viết chữ trước số sau

- Trong biểu thức đại số, vì chữ đại diện cho số nên khi thực hiện các phép toán trên các chữ và số ta cũng áp dụng những tính chất, quy tắc phép toán như trên số, kể cả dấu ngoặc để chỉ thứ tự thực hiện các phép tính

4) Để tính giá trị của một biểu thức đại số tại giá trị của các biến, ta thay các giá trị đó vào biểu thức rồi thực hiện các phép tính

BÀI TẬP

DẠNG 1: TÍNH GIÁ TRỊ CÁC BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

VD1: Tính giá trị biểu thức $\frac{x^2 - y^2}{x + y}$ tại $x = -2; y = 7$

Giải

$$\text{tại } x = -2; y = 7 \text{ thì } \frac{x^2 - y^2}{x + y} = \frac{(-2)^2 - 7^2}{-2 + 7} = \frac{4 - 49}{5} = -9$$

Bài 1: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{9x}$ tại $x = 7; y = 4$

b) $\frac{x - 4y}{2x^2}$ tại $x = -2; y = 3$

c) $(16x - y)^2 + 3x - 1$ tại $x = 2$ và $y = 1$

d) $\frac{-2(x + 5)^2 + x}{x + 6y}$ tại $x = -2; y = -1$

DẠNG 2: CHUYỂN ĐỔI CÁC TÌNH HUỐNG THỰC TẾ SANG BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

VD2: Viết biểu thức biểu thị chu vi hình chữ nhật có chiều rộng x (m) và chiều dài hơn chiều rộng $2m$.

Giải

Chiều rộng là x (m). chiều dài hơn chiều rộng $2m$ vậy chiều dài là : $x+2$ (m)

Chu vi hình chữ nhật: $(x + x + 2) \cdot 2 = (2x + 2) \cdot 2 = 4x + 4$ (m)

Bài 2: Viết các biểu thức đại số biểu thị:

a) Chu vi hình chữ nhật có chiều dài a và chiều rộng b

b) Chu vi đường tròn có bán kính r

c) Diện tích hình thang có đáy lớn là a (cm) và đáy nhỏ là b (cm), chiều cao là 1 cm

Bài 3: Ở thành phố Đà Lạt, buổi sáng nhiệt độ là x độ, buổi trưa nhiệt độ tăng y độ so với buổi sáng, đến buổi chiều tối nhiệt độ lại giảm z độ so với buổi trưa. Hãy biểu thị nhiệt độ thành phố Đà Lạt vào buổi tối theo x, y, z

DẠNG 3: TÍNH GIÁ TRỊ LỚN NHẤT NHỎ NHẤT

Để tìm giá trị của biến x sao cho biểu thức $A(x)$ nhận giá trị nhỏ nhất (hoặc lớn nhất) ta làm như sau:

- Chỉ ra $A(x) \geq a$ ($A(x) \leq a$)
- Tìm được x_0 để $A(x_0) = a$
- Vậy $\text{Min}A(x) = a$ tại $x = x_0$ hay $\text{Max}A(x) = a$ tại $x = x_0$

VD 3: Tìm GTNN của biểu thức $A = (x + 2)^2 + \sqrt{5}$

Giải

Ta có $(x + 2)^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nên $A = (x + 2)^2 + \sqrt{5} \geq \sqrt{5} \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy $\text{Min} A(x) = \sqrt{5}$. Dấu bằng xảy ra khi $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Bài 3: Tìm GTNN của các biểu thức sau:

a) $A = (x - 2)^2 + |y - x| + 3$

b) $E = (x + 1)^2 + (y + 3)^2 + 1$

Bài 4: Tìm GTLN của các biểu thức sau

a) $G = 5,5 - |2x - 1,5|$

b) $D = \frac{3}{(x+2)^2 + 4}$

DẠNG 4: TÌM GIÁ TRỊ NGUYÊN CỦA X ĐỂ BIỂU THỨC NHẬN GIÁ TRỊ NGUYÊN

Để tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $\frac{P(x)}{Q(x)}$ nhận giá trị nguyên ta làm như sau:

- Biến đổi $\frac{P(x)}{Q(x)} = H(x) + \frac{a}{Q(x)}$ (a là số nguyên, $H(x)$ là biểu thức nguyên)

- Để $\frac{P(x)}{Q(x)}$ là biểu thức nguyên thì $Q(x) \in U(a)$ từ đó tìm ra x

VD4: Tìm số nguyên x để các biểu thức $\frac{3x+2}{x+3}$ có giá trị nguyên

Giải

$$\frac{3x+2}{x+3} = \frac{3(x+3)-7}{x+3} = 3 - \frac{7}{x+3}$$

Để biểu thức $\frac{3x+2}{x+3}$ có giá trị nguyên thì $x+3 \in U(7) = \{-7; -1; 1; 7\} \Rightarrow x \in \{-10; -4; -2; 4\}$

Bài 5: Tìm số nguyên x để các biểu thức sau có giá trị nguyên:

a) $\frac{2x+7}{-5}$

b) $\frac{x-4}{x^2}$

c) $\frac{x-6}{x-11}$

d) $\frac{3x-1}{x+1}$

2. ĐƠN THỨC:

1) Đơn thức là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.

2) Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến, mà mỗi biến đã được nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương, trong đó phần số được gọi là hệ số và phần còn lại được gọi là phần biến của đơn thức thu gọn.

Trong đơn thức thu gọn, mỗi biến chỉ được viết một lần. Các biến được viết theo thứ tự bảng chữ cái.

3) Để nhân hai đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau và nhân các phần biến với nhau.

4) Bậc của đơn thức có hệ số khác 0 là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó

- Số 0 được gọi là đơn thức không có bậc.

- Số thực khác 0 là đơn thức bậc 0.

5) Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.

Để cộng (hay trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

BÀI TẬP

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH ĐƠN THỨC, BẬC CỦA ĐƠN THỨC

VD1: Thu gọn và xác định biến, bậc, hệ số đơn thức $3x \cdot (-2)yx^2$

Giải

$$3x \cdot (-2)yx^2 = 3 \cdot (-2) \cdot x \cdot x^2 \cdot y = -6x^3y. \text{ Hệ số } -6; \text{ biến } x^3y; \text{ bậc: } 4$$

Bài 1. Thu gọn các đơn thức sau, sau đó xác định hệ số, phần biến và bậc của đơn thức (với a, b là biến):

1. $uv^2 \cdot (-5u^2v)$

2. $-12x \cdot (-4x^2y^4)$

3. $-\frac{7}{-8}a^2b \cdot (x^5y^3)^3$

4. $\frac{2}{5} \cdot (-u^3v^2)^2$

5. $12u^7v^6 \cdot (-2u^3v^5)$

6. $\left(-\frac{3}{4}x^5y^3\right) \cdot \left(\frac{8}{10}x^4y^2\right)$

7. $\left(\frac{2y}{-9}x^3y^8\right) \cdot (-2x^6y^2)^2$

8. $\left(\frac{6xy}{-7}x^4y^2\right) \cdot (14xy^6)$

9. $x^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}y\right) \cdot \left(\frac{1}{5}x^4\right)$

DẠNG 2: TÍCH CỦA CÁC ĐƠN THỨC

VD1: Tính tích của hai đơn thức $A = \frac{-3}{2}x^2yz, B = 2xz^2$

Giải

$$A.B = \frac{-3}{2}x^2yz.2xz^2 = \frac{-3}{2}.2.x^2.y.z.z^2 = -3x^3yz^3$$

Bài 2. Tính tích các đơn thức sau

a) $A = -\frac{2}{5}x^3y^4; B = \frac{15}{4}x^4y^3$

b) $A = -\frac{2}{5}x^3y; B = -x^2y^2$

c) $A = 0,25y^5xz; B = -\frac{1}{4}x^3yz^2$

d) $A = -xy^2; B = \frac{1}{10}y$

DẠNG 3: XÁC ĐỊNH CÁC ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG VÀ CỘNG TRỪ CÁC ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG

VD1: Tính $\frac{1}{5}x^4y^3 - 3x^4y^3$

Giải

$$\frac{1}{5}x^4y^3 - 3x^4y^3 = \left(\frac{1}{5} - 3\right)x^4y^3 = \frac{-14}{5}x^4y^3$$

Bài 3. Tính

1. $\frac{1}{5}x^4y^3 - 3x^4y^3$

2. $\frac{3}{4}x^4y^7 - 3x^4y^7$

3. $\frac{2}{3}x^3y^4 + 3x^3y^4$

4. $5x^2y^5 - \frac{1}{4}x^2y^5$

5. $4x^3y + \frac{1}{2}x^3y$

6. $5x^5y^7 - 8x^5y^7 - 2x^5y^7$

7. $3x^2y - 7xy^2 + 5x^2y$

8. $-7x^3y^4 + 4x^3y^4 - 2x^3y^4$

9. $4xy^5 - 8xy^5 + 4xy^5$

BÀI TẬP:

Bài 1: Cho đơn thức $N = \left(-\frac{3}{4}xy^4\right)\left(\frac{6}{9}x^2y^2\right)$

- Thu gọn N rồi cho biết hệ số và phân biến của đơn thức ?
- Tính giá trị của đơn thức N tại $x = -1; y = -2$

Bài 2: Cho đơn thức $N = xy^3 \left(\frac{-1}{2} x^3 y \right)$

- Thu gọn N rồi cho biết hệ số và phần biến và bậc của đơn thức N?
- Tính giá trị của đơn thức N tại $x = -1; y = \frac{1}{2}$

Bài 3: Cho đơn thức $P = (-3x^3 y^2) xy^3$

- Thu gọn P rồi cho biết hệ số và phần biến và bậc của đơn thức P?
- Tính giá trị của đơn thức P tại $x = -1; y = \frac{1}{2}$

Bài 4: Cho đơn thức: $M = \left(-\frac{2}{49} yz \right) (2x^2 y)^2 \left(\frac{9}{8} x^2 z \right)$

- Thu gọn đơn thức M rồi xác định hệ số và phần biến của đơn thức
- Tính giá trị của đơn thức M tại $x = -1, y = -2$ và $z = 7$

3. ĐA THỨC:

1) Đa thức là tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

* Mỗi đơn thức cũng được coi là một đa thức.

* Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó

2) Có thể thực hiện phép tính cộng (hay trừ) hai hay nhiều đa thức dựa trên quy tắc dấu ngoặc và tính chất của các phép tính.

3) Phép cộng các đa thức có tính chất giao hoán, kết hợp.

4) Đa thức một biến là tổng của những đơn thức của cùng một biến

* Đa thức một biến x được ký hiệu là $f(x)$, hoặc $g(x)$ hoặc $h(x), \dots$

* Giá trị của đa thức một biến x tại $x=a$ được ký hiệu là $f(a)$.

5) Đa thức một biến sau khi thu gọn thường được sắp xếp theo lũy thừa giảm dần hoặc tăng dần của biến.

* Bậc của đa thức một biến (khác đa thức không) là số mũ cao nhất của biến.

6) Nếu $x=a$, đa thức $f(x)$ có giá trị bằng 0 thì ta nói a (hay $x=a$) là một nghiệm của đa thức $f(x)$.

a là một nghiệm của đa thức $f(x) \Leftrightarrow f(a) = 0$

Tìm nghiệm của đa thức $f(x)$ là tìm các giá trị của x để $f(x) = 0$

7) Một đa thức khác với đa thức θ có thể có 1 nghiệm, 2 nghiệm, ... hoặc không có nghiệm nào.

Số nghiệm của một đa thức không vượt quá bậc của nó.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH ĐA THỨC, BẬC CỦA ĐƠN THỨC

VD1: Thu gọn và tính bậc của đa thức $P = \frac{1}{3}x^2y + xy^2 - xy + \frac{1}{2}xy^2 - 5xy - \frac{1}{3}x^2y$

Giải

$$P = \frac{1}{3}x^2y + xy^2 - xy + \frac{1}{2}xy^2 - 5xy - \frac{1}{3}x^2y = \frac{3}{2}xy^2 - 6xy. \text{ Bậc } 3$$

Bài 1: Thu gọn rồi tìm bậc của đa thức:

a) $-\frac{1}{2}xy^2z + 3x^3y^2 + 2xy^2z - \frac{2}{3}xy^2z - \frac{1}{3}x^3y^2$

b) $2 + 5x^2 - 3x^3 + 4x^2 - 2x - x^2 + 6x^5$

c) $-xz^2 + \frac{1}{2}yz + \frac{2}{5}xz^3 - \frac{1}{2}yz + 2xz^2 + xz^3$

d) $5x^5 - 3x^2 + 9 - 6x + 4x^2 - 5x^5$

DẠNG 2: CỘNG TRỪ ĐA THỨC

VD2: Tính A+B; A-B biết $A = 5,7x^2y - 3,1xy + 8y^3$; $B = 6,9xy - 2,3x^2y + 8y^3$

Giải

$$\begin{aligned} A+B &= (5,7x^2y - 3,1xy + 8y^3) + (6,9xy - 2,3x^2y + 8y^3) \\ &= (5,7x^2y - 2,3x^2y) + (-3,1xy + 6,9xy) + (8y^3 + 8y^3) = 3,4x^2y + 3,8xy + 16y^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A-B &= (5,7x^2y - 3,1xy + 8y^3) - (6,9xy - 2,3x^2y + 8y^3) = 5,7x^2y - 3,1xy + 8y^3 - 6,9xy + 2,3x^2y - 8y^3 \\ &= (5,7x^2y + 2,3x^2y) + (-3,1xy - 6,9xy) + (8y^3 - 8y^3) = 8x^2y - 10xy \end{aligned}$$

Bài 1: Tính A + B; A - B biết:

a) $A = 2\frac{2}{5}x^2 + 1\frac{7}{10}y^2 + 2xy$; $B = \frac{2}{5}x^2 - 1\frac{3}{10}y^2 + xy$

b) $A = 2\frac{2}{5}x^2 + 1\frac{7}{10}y^2 + 2xy$; $B = \frac{2}{5}x^2 - 1\frac{3}{10}y^2 + xy$

c) $A = -2xy^2 - 3x^2y + 5xy$; $B = xy - 3x^2y + 2x^3y^2 - 2xy^2$

Bài 2: Tính $A + B + C$; $A - B - C$ biết:

a) $A = x^2 + y^2 - 2xy$; $B = x^2 + y^2 + 2xy$; $C = 4xy - 1$

b) $A = 3x^2 - 2xy + y^2$; $B = x^2 - xy + 2y^2$; $C = 4x^2 - y^2$

VD2: Tìm đa thức $P(x)$ biết $-2x + \frac{3}{5}xy - P(x) = 2x^2$

Giải

$$-2x + \frac{3}{5}xy - 2x^2 = P(x). \text{ Vậy } P(x) = -2x + \frac{3}{5}xy - 2x^2$$

Bài 3: Tìm đa thức $P(x)$ biết:

a) $7xyz - 3y^2 + \frac{3}{2}xy^2 + P(x) = 0$

b) $3,5x^2y + P(x) - xy - 3x^2y = -\frac{1}{2}xy$

c) $P(x) - (25uv^2 - 15u^2v + v^3) = 10uv^2 - 2v^3 - 10u^2v$

Bài 4: Tìm đa thức $Q(x)$ sao cho $P(x) + Q(x)$ là đa thức 0. Biết $P(x) = -3,4x^3 + 6y^2$

DẠNG 3: ĐA THỨC MỘT BIẾN – CỘNG TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

VD3: Xác định bậc, hệ số tự do, hệ số cao nhất của $P(x)$ và tính giá trị của $P(x)$ tại $x = -2$

$$P(x) = 3x^3 - x + 4x^2 + 8x^3 - 3 - 3x^2$$

Giải

Rút gọn và sắp xếp $P(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến x : $P(x) = 11x^3 + x^2 - x - 3$

Bậc: 3; Hệ số cao nhất: 11; Hệ số tự do: -3

Tại $x = -2$ thì $P(-2) = 11(-2)^3 + (-2)^2 - (-2) - 3 = -93$

Bài 5: Xác định bậc, hệ số tự do, hệ số cao nhất của các đa thức sau

a) $2 + 5x^2 - 3x^3 + 4x^2 - 2x - x^2 + 6x^5$

b) $5x^5 - 3x^2 + 9 - 6x + 4x^2 - 5x^5$

c) $8x^5 - 6x^2 + 7x - 3x^5 + 2x^2 + 15$

DẠNG 4: TÌM NGHIỆM ĐA THỨC MỘT BIẾN

VD4: Cho đa thức $M(x) = 2x^3 - 5x + 3$. Chứng minh $x = 1$ là nghiệm của đa thức

Giải

Với $x = 1$ ta có $M(1) = 2.1^3 - 5.1 + 3 = 0$ nên $x = 1$ là nghiệm của đa thức

Bài 6: Chứng minh:

a) $x = 0$ là nghiệm của đa thức $f(x) = x^2 - 2x$

b) Chứng minh $x = -1$ là nghiệm của đa thức $f(x) = x^3 - 2x - 1$

VD5: Tìm nghiệm của đa thức $P(x) = x^3 - 2x$

Giải

$$P(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy $0, \sqrt{2}; -\sqrt{2}$ là nghiệm của đa thức

Bài 7: Tìm nghiệm của các đa thức sau:

a) $f(x) = -2x - 9$

b) $f(x) = 4x + 8$

c) $f(x) = (2x - 3)(-x - 5)(-2x + 1)$

BÀI TẬP

Bài 1: Tính $A + B$; $A - B$; $B - A$, nếu biết:

$$1) \begin{cases} A = -5x^3 + 8x^4 + x^2 - \frac{1}{3} \\ B = -2x^3 + x^4 - x^2 - 5x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} A = -7x^3 + 6x + 8x^4 + 7x^2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}x \\ B = 28 - 7x^3 - 5x^4 - 3x^2 - 5x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} A = 1 + 5x^5 - 3x^2 + \frac{1}{3}x^4 \\ B = 3x^7 + \frac{2}{3}x^4 - 6x^6 - x^5 + 8 - 2x \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} A = 2x^5 + \frac{1}{2}x^3 - x^2 + 1 - 3x \\ B = x^6 - 7x^5 + 6x^2 + \frac{1}{2}x^3 + 2 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} A = 3x^3y^2 + 2x^2y - xy \\ B = 4xy - 3x^2y + 2x^3y^2 + y^2 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} A = 3x^4 + 2y^2 - 3z^3 + 4 \\ B = -2z^3 + 5 + 3y^2 - 2x^4 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} A = -2xy^2 - 3x^2y + 5xy \\ B = xy - 3x^2y + 2x^3y^2 - 2xy^2 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} A = -x^3 - 3y^3 - z^3 + 4y \\ B = 9z^3 + 5y - 7y^3 - 6x^3 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} A = 5,7x^2y - 3,1xy + 8y^3 \\ B = 6,9xy - 2,3x^2y + 8y^3 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} A = 2\frac{2}{5}x^2 + 1\frac{7}{10}y^2 + 2xy \\ B = \frac{2}{5}x^2 - 1\frac{3}{10}y^2 + xy \end{cases}$$

Bài 2: Tính $A + B + C$; $A + B - C$; $A - B - C$, nếu biết:

$$1. \begin{cases} A = x - y \\ B = y - z \\ C = -z + x \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} A = x^2 + y^2 - 2xy \\ B = x^2 + y^2 + 2xy \\ C = 4xy - 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} A = 3x^2 - 2xy + y^2 \\ B = x^2 - xy + 2y^2 \\ C = 4x^2 - y^2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} A = 6x^7 - 5x^3 + 1 \\ B = -3 + 2x - 4x^7 \\ C = -2x^7 - x^5 + 7x^2 + x^6 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} A = 4x^3 - 5x^2 + 7x - 10 \\ B = 10x - 3x^3 - 8 + 2x^2 \\ C = 3x + 2 + 2x^3 + 3x^2 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} A = 3x^2 - 4x + 1 \\ B = 1 + 6x + 5x^2 \\ C = -4x^2 + x - 5 \end{cases}$$

Bài 3: Cho $f(x) = 5x^2 - 2xy + 3xy^2$; $g(x) = -2x^2 - 2xy^2 + xy$; $h(x) = x^2 - 3x^2y + xy - 2x^3$

Tính: $f(x) + g(x) - h(x)$; $f(x) - 2g(x) + h(x)$ và $2f(x) - g(x) + h(x)$

Bài 4: Tìm nghiệm của các đa thức sau:

1. $f(x) = -10x - 2$

2. $f(x) = -2x + 4$

3. $f(x) = 5x + 12$

4. $f(x) = 2x + 1$

5. $f(x) = 5 - 2x$

6. $f(x) = 2x - 3$ 7.

$f(x) = -\frac{1}{2}x + 5$

8. $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{5}$

9. $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$ 10.

$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{3}$

11. $f(x) = x^2 - 2x$

12. $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}x^2$

13. $f(x) = (2x - 4)(x + 1)$

14. $f(x) = x^2 + 1$

15.

$$f(x) = (4x-1)(2x+3)$$

$$16. f(x) = (-5x+2)(x-7)$$

$$17. f(x) = x^2 - 5x$$

$$18. f(x) = -4x^2 + 8x$$

Bài 5: Cho đa thức $f(x) = ax + 5$. Tìm a biết:

$$1. f(1) = 3$$

$$2. f(-3) = -2$$

$$3. f(-1) = 4$$

$$4. f\left(\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$5. f\left(-\frac{2}{3}\right) = 1$$

$$6. f\left(\frac{3}{4}\right) = 2$$

Bài 6: Tìm đa thức A biết:

$$1. A + 7x^2y - 5xy^2 - xy = x^2y + 8xy^2 - 5xy$$

$$2. 4x^2 - 7x + 1 - A = 3x^2 - 7x - 1$$

$$3. 5x^2 - 2A + 4x - 5 = A + 4x^2 - 6x + 7$$

$$4. 3x^2 - 8x + 5 - A = -2A + x^2 + 4x - 6$$

$$5. 4A - 3x^2 - 6x + 7 = x^2 + 3A - 4x - 3$$

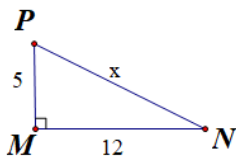
$$6. A - (2xy - 4y^2) = x^2 - 7y^2 + 5xy$$

CHUYÊN ĐỀ TAM GIÁC

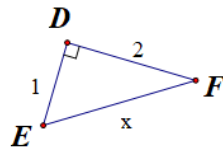
I. ĐỊNH LÝ PITAGO

- **Định lý:** Trong một tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.
- **Định lý pytago đảo:** Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

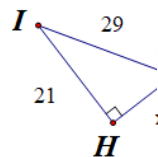
Bài 1: Tìm độ dài x:



hình a



hình b



hình c



Bài 2: Cho tam giác ABC, kẻ $AH \perp BC$. Biết $AB = 12\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$. Tính độ dài BC, AH, HB

Bài 3: Bạn Tâm muốn đóng một nẹp chéo AC để chiếc khung hình chữ nhật ABCD để được vững hơn. Tính độ dài AC, biết rằng $AD = 48\text{cm}$, $CD = 36\text{cm}$.

Bài 4. Khi nói đến ti vi loại 21 inch, ta hiểu rằng đường chéo màn hình của chiếc ti vi này dài 21 inch (inch: là đơn vị đo chiều dài được sử dụng tại nước Anh và một số nước khác, 1 inch \approx 2,54cm). Hỏi chiếc ti vi (hình bên) thuộc loại ti vi bao nhiêu inch? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Bài 5. Một chiếc thang có chiều dài $AB = 3,7$ m đặt cách một bức tường khoảng cách $BH = 1,2$ m. Tính chiều cao AH .

Khoảng cách đặt thang cách chân tường là BH có “an toàn” không?

Biết rằng khoảng cách “an toàn” khi $2,0 < \frac{AH}{BH} < 2,2$ (xem hình vẽ).

II. BẤT ĐẲNG THỨC TAM GIÁC

Trong một tam giác, độ dài một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng các độ dài của hai cạnh còn lại

$$|b - c| < a < b + c$$

(Khi làm bài, ta so sánh độ dài cạnh lớn nhất với tổng độ dài hai cạnh còn lại)

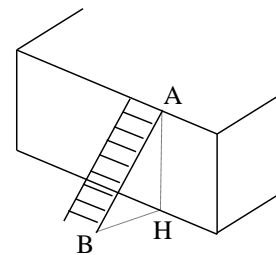
Bài 1: Cho tam giác ABC có $BC = 1\text{cm}$; $AC = 7\text{cm}$. Hãy tìm độ dài cạnh AB , biết rằng độ dài này là một số nguyên. Tam giác ABC là tam giác gì?

Bài 2: Cho tam giác ABC cân có $AB = 3,9\text{cm}$; $BC = 7,9\text{cm}$.

- Tìm AC .
- Tam giác cân tại đỉnh nào?
- Tính chu vi của tam giác ABC .

Bài 3: Tính chu vi của tam giác cân ABC , biết:

- $AB = 5\text{cm}$; $AC = 12\text{cm}$.
- $AB = 7\text{cm}$; $AC = 13\text{cm}$.



Bài 4: Cho tam giác ABC có đường cao AH. Chứng minh: $2AH + BC > AB + AC$.

Bài 5: Cho tam giác OBC cân tại O. Trên tia đối của tia OC lấy điểm A. Chứng minh: $AB < AC$.

Bài 6: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy D sao cho $MD = MA$.

a) Chứng minh: $\triangle AMB = \triangle DMC$.

b) Chứng minh: $AM + AC > 2AM$.

Bài 7: Cho tam giác ABC có $AB > AC$. Trên AC lấy F sao cho $AC = AF$. Gọi AD là đường phân giác của tam giác ABC. Trên AD lấy E tùy ý.

a) Chứng minh: $\triangle AEC = \triangle AEF$.

b) Chứng minh: $AB - AC = BF$.

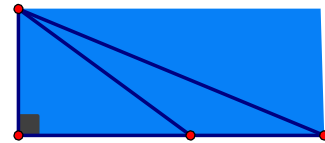
c) Chứng minh: $BE - EC < BF$.

Bài 8: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC. Chứng minh: $\frac{AB + AC}{2} > AM$.

Bài 9. Để dẫn cáp từ trạm phát sóng ở A đến trạm ở B cách nhau con sông, một công ty viễn thông có hai phương án để lựa chọn:

Phương án 1: Dẫn thẳng từ A qua B.

Phương án 2: Dẫn từ A đến trạm trung chuyển C, rồi đến B.



Biết rằng AK vuông góc với KB; A, C, K thẳng hàng và $KB=6\text{km}$, $AK=14,4\text{km}$, $KC=8\text{km}$. Chi phí dẫn cáp thẳng từ A, C đến B là 15 triệu đồng/một km (qua sông), chi phí dẫn cáp từ A đến C là

8 triệu đồng/một km (trên đất liền). Hỏi phương án nào có chi phí ít hơn?

CHUYÊN ĐỀ CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC

I. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN CỦA TAM GIÁC

- Đường trung tuyến của tam giác là đoạn thẳng nối đỉnh của tam giác với trung điểm của cạnh đối diện.

- Mỗi tam giác có ba đường trung tuyến. Ba đường trung tuyến của tam giác cùng đi qua một

điểm. Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh

ấy. Giao điểm của các đường trung tuyến gọi là trọng tâm của tam giác.

- Trong hình bên, ta có G là trọng tâm của tam giác ABC và:

$$\frac{AG}{AD} = \frac{BG}{BE} = \frac{CG}{CF} = \frac{2}{3}.$$

II. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT:

- (1) Điểm nằm trên tia phân giác của một góc thì cách đều hai cạnh của góc đó. Ngược lại, điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó.
- (2) Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm, điểm này cách đều ba cạnh của tam giác.
- (3) Giao điểm của ba đường phân giác trong tam giác là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác đó (đường tròn nội tiếp tam giác là đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác)
- (4) Đối với tam giác cân, đường trung tuyến ứng với cạnh đáy cũng là đường phân giác của tam giác đó.

III. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA TAM GIÁC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT:

- (1) Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó. Đảo lại, điểm cách đều hai mút của đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của tam giác đó.
- (2) Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác và là tâm đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác đó (ta gọi đó là đường tròn ngoại tiếp tam giác).
Nếu tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường trung trực ứng với cùng một cạnh thì tam giác đó là tam giác cân.
- (3) Trong một tam giác cân, đường trung trực ứng với cạnh đáy đồng thời là đường phân giác, đường trung tuyến cùng xuất phát từ đỉnh đối diện với cạnh đó.

IV. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT:

(1) Đường cao của một tam giác là đoạn vuông góc kẻ từ một đỉnh đến đường thẳng chứa cạnh đối diện.

Ba đường cao của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này gọi là trực tâm của tam giác đó.

Trực tâm của tam giác nhọn nằm trong tam giác. Trực tâm của tam giác vuông nằm tại đỉnh góc vuông. Trực tâm của tam giác tù nằm ngoài tam giác

(2) Trong một tam giác, nếu hai trong bốn loại đường (đường trung tuyến, đường phân giác, đường cao cùng xuất phát từ một đỉnh và đường trung trực ứng với cạnh đối diện của đỉnh này) trùng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

(3) Trong tam giác đều, trọng tâm, trực tâm, điểm cách đều ba đỉnh, điểm nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh là bốn điểm trùng nhau.

BÀI TẬP

Bài 1 (Tân Phú HK2 2009-2010) Cho ba điểm H, B, C thẳng hàng và $BC=15\text{cm}$, $BH=3\text{cm}$, $HC=12\text{cm}$. Từ H vẽ tia Hx vuông góc với đường thẳng BC. Lấy A thuộc tia Hx sao cho $HA=6\text{cm}$.

- Tính độ dài AB, AC
- Chứng minh tam giác ABC vuông.
- Trên tia HC, lấy $HD=HA$. Từ D vẽ đường thẳng song song với AH cắt AC tại E. Vẽ $EK \perp AH (K \in AH)$, chứng minh $\Delta HDE = \Delta EKH$
- Vẽ AD cắt HE tại G, chứng minh $3HG > BE$.

Bài 2: (Tân Phú HK2 2012-2013) Cho tam giác ABC với $AB=4\text{cm}$, $AC=3\text{cm}$, $BC=5\text{cm}$

- Chứng minh tam giác ABC vuông
- Trên tia AB lấy điểm D sao cho $AD=3\text{cm}$. Chứng minh $\angle ACD = \angle ADC$
- Tia phân giác của góc CAD cắt BC tại M. So sánh MC và MD? Giải thích vì sao?
- Cho AM cắt CD tại K. Chứng minh $AK < \frac{BC}{2}$

Bài 3: (Tân Phú HK2 2013-2014) Cho tam giác ABC vuông tại A với $AB=3\text{cm}$, $BC=5\text{cm}$.

- Tính độ dài đoạn thẳng AC.
- Trên tia đối của tia AB, lấy điểm D sao cho $AB=AD$. Chứng minh $\Delta ABC = \Delta ADC$, từ đó suy ra ΔBCD cân.

- c) Trên AC lấy điểm E sao cho $AE = \frac{1}{3}AC$. Chứng minh DE đi qua trung điểm I của BC
- d) Chứng minh $DI + \frac{3}{2}DC > DB$

Bài 4: (Tân Bình 2010-2011) Cho ΔABC vuông tại A có AB=12cm; BC=20cm

- a) Tính độ dài cạnh AC và so sánh các góc của tam giác ABC.
- b) Vẽ AH vuông góc BC tại H. Trên tia đối của tia HA lấy điểm D sao cho H là trung điểm của đoạn thẳng AD. Chứng minh $\Delta AHC = \Delta DHC$
- c) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh DC, AC. Đường thẳng DF cắt cạnh HC tại M. Chứng minh ba điểm A, M, E thẳng hàng.
- d) Vẽ tia phân giác của góc BAH cắt cạnh BH tại N. Chứng minh ΔANC cân và $NH < NB$

Bài 5: (Quận 1 2011-2012) Cho tam giác ABC vuông tại A, tia phân giác của góc ABC cắt AC tại D. Vẽ DE vuông góc với BC tại E.

- a) Cho biết AB=6cm, BC=10cm. Tính độ dài cạnh AC.
- b) Chứng minh rằng $\Delta ABD = \Delta EBD$ và tam giác ABE cân.
- c) Chứng minh rằng $DA < DC$
- d) Gọi M là giao điểm của AE và BD, N là trung điểm của đoạn thẳng CE, G là điểm trên đoạn thẳng CM sao cho $CG = 2GM$. Chứng minh A, G, N thẳng hàng.

Bài 6 (Tân Bình 2011-2012) Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB=9cm, BC=15cm.

- a) Tính độ dài cạnh AC và so sánh các góc của tam giác ABC.
- b) Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng BD. Chứng minh tam giác BCD cân.
- c) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh DC, BC. Đường thẳng BE cắt cạnh AC tại M. Chứng minh ba điểm D, M, F thẳng hàng và tính độ dài cạnh CM
- d) Trên cạnh DC lấy điểm H, trên tia đối của tia BC lấy điểm K sao cho $DH = BK$. Đường thẳng HK cắt cạnh BD tại N. Chứng minh $NH = NK$.

Bài 7 (Quận 7 2011-2012) Cho tam giác ABC vuông tại A, biết AB=6cm, BC=10cm.

- a) Tính AC
- b) Kẻ đường phân giác BD. Kẻ AE vuông góc với BD tại E, tia AE cắt BC tại K. Tam giác ABK là tam giác gì?
- c) Chứng minh DK vuông góc với BC.

d) Lấy điểm M trên tia BA sao cho $BM=BC$. Chứng minh M, D, K thẳng hàng.

Bài 8: Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm D, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AD = AE$. Gọi M là giao điểm của BE và CD.

- Chứng minh $BE = CD$
- Chứng minh Tam giác BMD = Tam giác CME
- Chứng minh AM là tia phân giác góc BMC

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông góc ở A, phân giác BD. Vẽ DE vuông góc với BC. Chứng minh:

- $\triangle BAD = \triangle BED$
- $DF = DC$ (F là giao điểm của hai đường thẳng BA và ED)
- $AD < DC$

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ cân có $AB = AC = 5\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$. Kẻ AH vuông góc BC ($H \in BC$)

- Chứng minh: $HB = HC$.
- Tính độ dài AH.
- Kẻ HD vuông góc với AB ($D \in AB$), kẻ HE vuông góc với AC ($E \in AC$).

Chứng minh $\triangle HDE$ cân.

d) So sánh HD và HC.

Bài 11: (Tân Phú HK2 2008-2009) Cho tam giác ABC cân tại A, gọi hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Hai đoạn BN và CM cắt nhau tại G.

- Chứng minh $AM = AN$.
- Trên tia đối của tia NB, lấy điểm K sao cho $NK = NG$. Chứng minh $\triangle ANG = \triangle CNK$. Từ đó suy ra $AG \parallel CK$.
- Chứng minh: $BG = GK$
- Chứng minh $BC + AG > 2MN$

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$). Tia phân giác của góc B cắt AC tại M. Kẻ MN vuông góc với BC ($N \in BC$).

- Chứng minh rằng tam giác ABM bằng tam giác NBM.
- Chứng minh AN vuông góc với BM.
- Gọi I là giao điểm của AH với BM. Chứng minh rằng NI vuông góc với AB.

MỘT SỐ NỘI DUNG KIẾN THỨC VẬN DỤNG CAO

CHUYÊN ĐỀ LŨY THỪA

Bài 1. Tính

Bài 1. Tính:

$$\text{a) } A = \frac{6 + 3^2 \cdot 2 - 6 \cdot 3^2}{3^2 + 3 \cdot 3^2 - 3^4}; \quad \text{b) } \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5}$$

$$\text{Bài 2. Thực hiện phép tính: } A = \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

$$\text{Bài 3. Cho } T = 2^{2020} - 2^{2019} - 2^{2018} - \dots - 2 - 1. \text{ Tính } 2021^T$$

Bài 4. Tìm x, biết :

$$\text{a) } 3^{x+2} + 3^x = 810 \quad \text{b) } 2^{x+2} \cdot 3^{x+1} \cdot 5^x = 10800$$

$$\text{Bài 5. Tìm số tự nhiên } x, \text{ biết : } \frac{7^{x+2} + 7^{x+1} + 7^x}{57} = \frac{5^{2x} + 5^{2x+1} + 5^{2x+3}}{131}$$

Bài 6. Tìm x , biết :

$$\text{a) } \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{12} \dots \frac{30}{62} \cdot \frac{31}{64} = 4^x;$$

$$\text{b) } \frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5} = 8^x$$

Bài 7. Thu gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^{2020}}$$

$$\text{b) } B = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} + \dots + \frac{1}{5^{2019}} - \frac{1}{5^{2020}}$$

$$\text{c) } C = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{2020}{3^{2020}}$$

CHUYÊN ĐỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN – ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH

Bài 1. Hai ô tô cùng khởi hành một lúc từ M và N cách nhau 55 km và đến P cùng một lúc (ba địa điểm M, N, P nằm trên một đường thẳng). Vận tốc của ô tô đi từ M là 50km/h, vận tốc ô tô đi từ N là 60km/h. Tính quãng đường mà hai ô tô đã đi.

Bài 2 Cùng lúc 7 giờ sáng một ô tô chạy từ A và đến B lúc 8 giờ 30 phút, một xe đạp điện chạy từ B đến A lúc 10 giờ. Một xe đạp khởi hành từ A lúc 6 giờ và đến B lúc 12 giờ. Hỏi:

a) Xe ô tô và xe đạp điện gặp nhau lúc mấy giờ?

b) Xe ô tô gặp xe đạp lúc mấy giờ?

Bài 3. Lúc 6 giờ sáng trên quãng đường AB dài 93km, người đi xe máy thứ nhất đi từ A đến B có vận tốc bằng $\frac{3}{4}$ vận tốc người đi xe máy thứ hai đi từ B đến A. Đến lúc gặp nhau thời gian người đi xe máy thứ nhất bằng $\frac{5}{4}$ thời gian người đi xe máy thứ hai.

Tính quãng đường mỗi người đã đi từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau.

Bài 4. Một ca nô khi nước yên lặng có vận tốc là 30km/h. Với cùng thời gian ca nô xuôi dòng 99km thì ca nô ngược dòng được bao nhiêu km biết một cụm bè trôi trên dòng sông 9km trong 3 giờ.

Bài 5. Một ô tô khách và một ô tô tải cùng khởi hành lúc 8 giờ sáng từ hai đầu quãng đường AB dài 100km. Ô tô khách đi từ A đến B với vận tốc 750m/phút. Ô tô tải đi từ B đến A sau 2 giờ đi được 70km. Gọi M là trung điểm của AB.

a) Hỏi đến mấy giờ thì ô tô tải cách M một khoảng gấp ba khoảng cách từ ô tô khách đến M?

b) Nếu đi tiếp với vận tốc ấy thì sau mấy giờ nữa thì ô tô khách đến B?

Bài 6. Ba tổ sản xuất của một xí nghiệp cùng sản xuất một loại sản phẩm với năng suất lao động của mỗi công nhân đều như sau. Tổ một có 12 người trong 9 ngày sản xuất được 540 sản phẩm. Tổ hai có 18 người trong 8 ngày; tổ ba có 10 người làm trong 4 ngày. Hỏi tổ hai và ba mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 7. Một số dương A được chia làm bốn phần đều dương tỉ lệ với $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}$ và tổng các bình phương của bốn phần ấy là 23716. Tìm số A.

Bài 8. Bốn túi đường có tổng cộng 375 kg. Lần thứ nhất người ta lấy đi 1kg ở túi thứ nhất; 2kg ở túi thứ hai; 3kg ở túi thứ ba; 4kg ở túi thứ tư. Lần thứ hai người ta lấy tiếp đi $\frac{1}{5}$ số kg đường còn lại của túi thứ nhất, $\frac{1}{4}$ số kg đường còn lại của túi thứ hai; $\frac{1}{3}$ số kg đường còn lại của túi thứ ba, $\frac{1}{2}$ số kg đường còn lại của túi thứ tư thì số kg đường còn lại sau lần lấy thứ hai của bốn túi bằng nhau. Tìm số kg đường mỗi túi lúc đầu.

Bài 9. Một động tử (vật chuyển động) chạy trên 3 cạnh của một tam giác đều (có ba cạnh bằng nhau) với vận tốc lần lượt là 6m/s; 5m/s; 4m/s. Tính chu vi tam giác biết tổng số thời gian động tử chuyển động trên ba cạnh là 111 giây.

Bài 10. Để làm xong một công việc 42 công nhân dự định làm trong 14 ngày (năng suất lao động mỗi người như nhau). Khi tiến hành công việc $\frac{1}{3}$ số công nhân được điều đi làm việc khác. Số công nhân còn lại năng suất lao động mỗi người đều tăng thêm 50%. Hỏi đội công nhân có hoàn thành đúng thời gian dự định?

Bài 11. Ba đội công nhân đào ba con mương như nhau với năng suất lao động mỗi người như nhau. Đội I hoàn thành trong 5 ngày; đội II hoàn thành trong 6 ngày; đội III hoàn thành trong 8 ngày. Số người của đội I nhiều hơn số người của đội III là 18 người. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu người?

Bài 12. Ba đội máy cày, cày ba cánh đồng cùng diện tích. Đội thứ nhất cày xong trong 3 ngày, đội thứ hai trong 5 ngày, đội thứ ba trong 6 ngày; Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy, biết rằng đội thứ hai có nhiều hơn đội thứ ba 1 máy. (Năng suất các máy như nhau).

Bài 13. Ba công nhân tiện được tất cả 860 dụng cụ trong cùng một thời gian. Để tiện một dụng cụ người thứ nhất cần 5 phút, người thứ hai cần 6 phút, người thứ ba cần 9 phút. Tính số dụng cụ mỗi người tiện được?

CHUYÊN ĐỀ GTLN – GTNN

Bài 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau:

a) $f(x) = (1,5x - 4,5)^2 - 12$;

b) $g(x) = 2x + 3\sqrt{3x - 6} + 16$;

c) $h(x) = \sqrt{64 + 2x} - \sqrt{23}$;

d) $p(x) = (x^2 + x^4 + x^6 + \dots + x^{98} + x^{100} + 2)^{2015} + 2^{2015}$.

Bài 2. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau:

a) $A(y) = 15 - (30 + 2y)^2$;

b) $B(y) = \frac{2015}{(4 - 5y)^2 + 2018}$;

c) $C(y) = \frac{2 + 4 + 6 + \dots + 198 + 200}{(10y - 5)^2 + (1 + 3 + 5 + \dots + 17 + 19)^2 + 100}$;

d) $D(y) = \sqrt{5} - (\sqrt{2y-4} - \sqrt{6})^2$.

Bài 3.

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = \frac{5x^2 + 4x^2 + 10}{x^4 + 2}$;

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $T = \frac{2x^4 - 4x^2 + 8}{x^4 + 4}$;

c) Cho a là hằng số và $a > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{8y^8 + 2a(y-3)^2 + 2a^2}{4y^8 + a^2}.$$

Bài 4. Tìm số nguyên x để:

a) Biểu thức A đạt giá trị lớn nhất với $A = \frac{16}{6-x}$;

b) Biểu thức B đạt giá trị nhỏ nhất với $B = \frac{1945}{x-1930}$.

Bài 5. Tìm số nguyên y để:

a) Biểu thức C đạt giá trị lớn nhất với $C = \frac{36-3y}{11-y}$;

b) Biểu thức D đạt giá trị nhỏ nhất với $D = \frac{21-y}{y-2}$;

Bài 6. Tìm giá trị của số tự nhiên n để phân số $P = \frac{11n-47}{2n-9}$ có giá trị lớn nhất

CHUYÊN ĐỀ ĐƠN THỨC- ĐA THỨC- NGHIỆM CỦA ĐA THỨC

Bài 1. Cho hai đa thức: $E = 2,5x^2 - \frac{1}{6}y^5 + 6xy - \frac{1}{3}y^5$ và $F = 7,5x^2 - 2xy - 1,5y^5$.

a) Tính $E + F$ sau đó tìm giá trị của tổng tại $|x| = 2; y = -1$;

b) Tính $E - F$ sau đó tìm giá trị của hiệu tại $x = y - 1; |y - 2| = 1$,

Bài 2.

a) Thu gọn đa thức sau:

$$D = (x^2 - 2x^2y) + (2x^2 - 4x^2y) + (3x^2 - 6x^2y) + \dots + (10x^2 - 20x^2y)$$

b) Cho $g(x-1) = 2x + 2017$ với mọi x

Tính tổng $g(x) + g(x+1) + g(x+2) + \dots + g(x+99)$.

Bài 3. Tìm các đa thức M và N biết:

a) $M + (15x^2 - 22y^2) = 16x^2 - 25xy - 32y^2$;

b) $(47,5x^2y - 6,8xy^2 + 1,2xy) - N = 1,2xy + 22,5x^2y - 1,8xy^2$.

Bài 4. Cho các đa thức: $T = 2x^2 - y^2 + 2xy + 2x - 5y + 3$;

$$U = 2x^2 - 2y^2 + 4xy - 2x + 4y - 3$$

Tìm đa thức R; S và V sao cho:

a) $S - U = T$;

b) $T + V = U$;

c) $R - (T - U) = 5x^2 - 4xy - y^2$.

Bài 5. Chứng minh:

a) Nếu $x = 1$ là một nghiệm của đa thức

$$A(x) = a_{10}x^{10} + a_9x^9 + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0 \text{ thì } a_{10} + a_9 + \dots + a_2 + a_1 + a_0 = 0;$$

b) Nếu đa thức $B(y) = b_{10}y^{10} + b_9y^9 + \dots + b_3y^3 + b_2y^2 + b_1y + b_0$

có $b_{10} + b_8 + b_6 + b_4 + b_2 + b_0 = b_9 + b_7 + b_5 + b_3 + b_1$ thì $y = -1$ là một nghiệm của đa thức.

Bài 6. Tìm giá trị của m biết đa thức:

$$f(y) = 14y^4 - 5my^3 + 6my^2 + 8m(y+1) \text{ có một nghiệm là } y = -2.$$

Bài 7. Cho đa thức $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 4a$ ($a \neq 0$).

a) Tìm quan hệ giữa các hệ số a và c; b và d của đa thức $f(x)$ để $f(x)$ có hai nghiệm là $x = 2$ và $x = -2$. Thử lại với $a = 3$; $b = 4$;

b) Với $a = 1; b = 1$. Hãy cho biết $x = 1$ và $x = -1$ có phải là nghiệm của đa thức vừa tìm?

CHUYÊN ĐỀ TỈ LỆ THỨC – TÍNH CHẤT DÂY TỈ SỐ BẰNG NHAU

Bài 1. Tìm x, y, z biết rằng:

a) $7x = 10y = 12z$ và $x + y + z = 685$;

b) $\frac{x+y}{3} = \frac{5-z}{1} = \frac{y+z}{2} = \frac{9+y}{5}$;

c) $\frac{y+z+1}{x} = \frac{z+x+2}{y} = \frac{x+y-3}{z} = x+y+z$

d) $\frac{x}{y+z+2} = \frac{y}{x+z+5} = \frac{z}{x+y-7} = x+y+z$;

e) $\frac{xy+1}{9} = \frac{xz+2}{15} = \frac{yz+3}{27}$ và $xy + yz + zx = 11$

Bài 2. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng:

a) $(a+2c).(b+d) = (a+c).(b+2d)$;

b) $\frac{a^{2020} + b^{2020}}{c^{2020} + d^{2020}} = \frac{(a+b)^{2020}}{(c+d)^{2020}}$

Bài 3. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Các số x, y, z, t thỏa mãn $xa + yb \neq 0$ và $zc + td \neq 0$

Chứng minh $\frac{xa + yb}{za + tb} = \frac{xc + yd}{zc + td}$

Bài 4. Cho tỉ lệ thức $\frac{3x - y}{x + y} = \frac{3}{4}$. Tính giá trị của tỉ số $\frac{x}{y}$

Bài 5. Chứng minh rằng : Nếu $2(x + y) = 5(y + z) = 3(z + x)$ thì $\frac{x - y}{4} = \frac{y - z}{5}$

Bài 6. Cho a, b, c, d khác 0, thỏa mãn $b^2 = ac; c^2 = bd$. Chứng minh rằng:

a) $\frac{a^3 + b^3 - c^3}{b^3 + c^3 - d^3} = \left(\frac{a+b-c}{b+c-d} \right)^3$;

b) $\frac{a^3 + 8b^3 + 27c^3}{b^3 + 8c^3 + 27d^3} = \frac{a}{d}$.

Bài 7. Chứng minh nếu $a(y+z) = b(z+x) = c(x+y)$ trong đó a, b, c khác nhau và khác 0 thì

ta có
$$\frac{y-z}{a(b-c)} = \frac{z-x}{b(c-a)} = \frac{x-y}{c(a-b)}$$

Bài 8. Cho a, b, c thỏa mãn $\frac{a}{2016} = \frac{b}{2018} = \frac{c}{2020}$. Chứng minh rằng :

$$\frac{(a-c)^2}{4} = (a-b)(b-c)$$

Bài 9. Cho $a+b+c = a^2 + b^2 + c^2 = 1$ và $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$. Chứng minh rằng :

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

CHUYÊN ĐỀ HÌNH HỌC

Bài 1. Cho tam giác ABC cân tại A, $A = 80^\circ$. Điểm D thuộc miền trong tam giác sao cho $\angle DBC = 10^\circ; \angle DCB = 30^\circ$. Tính số đo $\angle ADB$.

Bài 2. Cho tam giác vuông ABC vuông cân tại A. Điểm D thuộc miền trong tam giác sao cho $\angle ADC = 150^\circ$ và tam giác DAC cân tại D. Tính số đo $\angle ADB$

Bài 3. Cho $\triangle ABC, B = 45^\circ; A = 15^\circ$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2BC$. Vẽ $DE \perp AC, E \in AC$.

a) Chứng minh rằng: $EB = ED$.

b) Tính số đo $\angle ADB$.

Bài 4. Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 100^\circ$. Qua B dựng tia Bx sao cho $\angle CBx = 30^\circ$. Tia phân giác của góc ACB cắt tia Bx tại D.

a) So sánh CD với CA.

b) Tính số đo của góc BDA.

Bài 5. Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 40^\circ$. Trên tia phân giác AD của góc A lấy điểm E sao cho $\angle ABE = 30^\circ$; trên cạnh AC lấy điểm F sao cho $\angle CBF = 30^\circ$

a) Chứng minh rằng: $AE = AF$.

b) Tính số đo của $\angle BEF$.

Bài 6. Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$) với $\angle BAC = 20^\circ$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $\angle CBD = 50^\circ$, trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $\angle BCE = 60^\circ$. Tính số đo góc CED.

Bài 7. Cho tam giác ABC cân có $BAC = 100^\circ$. Điểm M nằm trong tam giác sao cho $MAC = MCA = 20^\circ$. Tính số đo góc AMB .

Bài 8. Cho tam giác ABC với $BAC = 55^\circ, ABC = 115^\circ$. Trên tia phân giác của góc ACB lấy điểm M sao cho $MAC = 25^\circ$. Tính số đo góc BMC .

Bài 9. Cho ΔABC cân tại A có $A < 90^\circ$. Kẻ BH vuông góc với AC .

Chứng minh rằng $AB^2 + AC^2 + BC^2 = 2.BH^2 + 2.AH^2 + CH^2$.

Bài 10. Cho tam giác ABC . Từ điểm M nằm bên trong tam giác kẻ MD, ME, MF lần lượt vuông góc với BC, CA, AB . Chứng minh rằng: $AF^2 + BD^2 + CE^2 = AE^2 + BF^2 + CD^2$.

Bài 11. Cho tam giác ABC nhọn có đường cao $AD; BE$ cắt nhau tại H .

Chứng minh rằng: $AH^2 + BC^2 = CH^2 + AB^2$.

Bài 12. Cho đoạn thẳng BC cố định, M là trung điểm của đoạn thẳng BC . Vẽ góc CBx sao cho $CBx = 45^\circ$, trên tia Bx lấy điểm A sao cho độ dài đoạn thẳng BM và BA tỉ lệ với 1 và $\sqrt{2}$. Lấy điểm D bất kì thuộc đoạn thẳng BM . Vẽ BH và CI vuông góc đường thẳng AD . Đường thẳng AM cắt CI tại N . Chứng minh rằng:

a) $BH^2 + CI^2$ có giá trị không đổi khi D di chuyển trên đoạn thẳng BM .

b) Tia phân giác của góc HIC luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 13. Cho tam giác ABC vuông tại A . Đường cao AH , trên đó lấy điểm D . Trên tia đối HA lấy E sao cho $HE = AD$. Đường vuông góc với AH tại D cắt AC tại F . Chứng minh EB vuông góc với EF .

Bài 14. Cho tam giác ABC có góc $A = 30^\circ$. Dựng bên ngoài tam giác ABC tam giác đều BCD . Chứng minh rằng $AD^2 = AB^2 + AC^2$