

CHỦ ĐỀ 1: PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN**A. LÝ THUYẾT**

• Công thức nghiệm

$$\begin{aligned} \sin f(x) = \sin g(x) &\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = \pi - g(x) + k2\pi \end{cases}; \\ \cos f(x) = \cos g(x) &\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = -g(x) + k2\pi \end{cases}; \\ \tan f(x) = \tan g(x) &\Leftrightarrow f(x) = g(x) + k\pi; \\ \cot f(x) = \cot g(x) &\Leftrightarrow f(x) = g(x) + k\pi. \end{aligned} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

• Một số trường hợp đặc biệt

$$\begin{aligned} \sin x = -1 &\Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi; & \cos x = -1 &\Leftrightarrow x = \pi + k2\pi; \\ \sin x = 0 &\Leftrightarrow x = k\pi; & \cos x = 0 &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi; \\ \sin x = 1 &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; & \cos x = 1 &\Leftrightarrow x = k2\pi. \end{aligned}$$

- **Chú ý:** Trong một công thức về nghiệm phương trình lượng giác không được dùng đồng thời hai đơn vị **độ** và **radian**.
- **Phương trình** $\sin x = a$, $\cos x = a$
 - Trường hợp $|a| > 1$: phương trình vô nghiệm, vì $-1 \leq \sin x, \cos x \leq 1$ với mọi x .
 - Trường hợp $|a| \leq 1$: phương trình có nghiệm.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là

$$\begin{aligned} \text{A. } &\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). & \text{B. } &\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ \text{C. } &\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). & \text{D. } &\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Câu 2: Phương trình $\sin x = 1$ có một nghiệm là

$$\text{A. } x = \frac{\pi}{2}. \quad \text{B. } x = \frac{\pi}{3}. \quad \text{C. } x = \pi. \quad \text{D. } x = -\frac{\pi}{2}.$$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\cos^2 x = 0$ là:

$$\text{A. } x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi. \quad \text{B. } x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi. \quad \text{C. } x = \frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}. \quad \text{D. } x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

Câu 4: Phương trình nào dưới đây vô nghiệm:

$$\text{A. } \sin x + 3 = 0. \quad \text{B. } 2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0. \\ \text{C. } \tan x + 3 = 0. \quad \text{D. } 3 \sin x - 2 = 0.$$

Câu 5: Phương trình lượng giác: $\cos 3x = \cos 12^\circ$ có nghiệm là:

$$\text{A. } x = \pm \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}. \quad \text{B. } x = \frac{-\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}. \quad \text{C. } x = \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}. \quad \text{D. } x = \pm \frac{\pi}{15} + k2\pi.$$

Câu 6: Tập nghiệm của phương trình $2\sin 2x + 1 = 0$ là

- A.** $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{7\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 7: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x = m$ có nghiệm?

- A.** $m \leq -1$. **B.** $-1 \leq m \leq 1$. **C.** $m \leq 1$. **D.** $m \geq -1$.

Câu 8: Nghiệm đặc biệt nào sau đây là sai

- A.** $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi$. **B.** $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.
C. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là:

- A.** $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$. **B.** $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **D.** $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 10: Phương trình lượng giác $3\cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là:

- A.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **D.** Vô nghiệm.

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = \sin x$ là

- A.** $S = \left\{ k2\pi; \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $S = \left\{ k2\pi; -\frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \{k2\pi; \pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $S = \left\{ k2\pi; \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 12: Phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

- A.** $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\left\{ x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. **D.** $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 13: Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ (hằng số $\alpha \in \mathbb{R}$) có nghiệm là

- A.** $x = \alpha + k\pi, x = \pi - \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \alpha + k2\pi, x = -\alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \alpha + k2\pi, x = \pi - \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \alpha + k\pi, x = -\alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là:

- A.** $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$. **C.** $x = k\pi$. **D.** $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi$.

Câu 15: Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm là:

- A.** $-2 \leq m \leq 0$. **B.** $m \leq 0$. **C.** $m \geq 1$. **D.** $0 \leq m \leq 1$.

Câu 16: Phương trình lượng giác: $\sqrt{3}\tan x + 3 = 0$ có nghiệm là:

- A.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. **D.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

CHỦ ĐỀ 2: TỔ HỢP - XÁC SUẤT**A. LÝ THUYẾT****★ Hoán vị :**

+ *Định nghĩa:* Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một *hoán vị của n phần tử* đó.

+ *Số các hoán vị*

Kí hiệu P_n là số các hoán vị của n phần tử. Ta có: $P_n = n! (n \geq 1)$

★ Chỉnh hợp :

+ *Định nghĩa:* Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Kết quả của việc lấy k phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một *chỉnh hợp chập k của n phần tử* đã cho.

+ *Số các chỉnh hợp*

Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$). Ta có: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} (1 \leq k \leq n)$

★ Tổ hợp :

+ *Định nghĩa:* Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi tập hợp con gồm k phần tử của A được gọi là một *tổ hợp chập k của n phần tử* đã cho.

+ *Số các tổ hợp:*

Kí hiệu C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử ($0 \leq k \leq n$). Ta có: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} (0 \leq k \leq n)$

★ Tính xác suất :

+ Tính xác suất bằng định nghĩa : Công thức tính xác suất của biến cố A : $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

+ Tính xác suất bằng công thức :

+ Quy tắc cộng xác suất:

* Nếu hai biến cố A, B xung khắc nhau thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

* Nếu các biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ xung khắc nhau thì

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k)$$

+ Công thức tính xác suất biến cố đối: Xác suất của biến cố \bar{A} của biến cố A là:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

A. C_{41}^5 .

B. C_{25}^5 .

C. A_{41}^5 .

D. $C_{25}^5 + C_{16}^5$.

Câu 2: Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tam giác được tạo nên từ các đỉnh này là

A. A_{20}^3 .

B. $3!C_{20}^3$.

C. 10^3 .

D. C_{20}^3 .

Câu 3: Có 3 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ (các bông hoa xem như đôi 1 khác nhau) người ta muốn chọn ra một bó hoa gồm 7 bông. Có bao nhiêu cách chọn các bông hoa được chọn tùy ý.

A. 120.

B. 136.

C. 268.

D. 170.

Câu 4: Khẳng định nào sau đây đúng?

$$A. C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad B. C_n^k = \frac{k!}{(n-k)!} \quad C. C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad D. C_n^k = \frac{k!}{n!(n-k)!}$$

- Câu 5:** Một hộp có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng
- A. 81. B. 7. C. 12. D. 64.
- Câu 6:** Có 5 người đến nghe một buổi hòa nhạc. Số cách xếp 5 người này vào một hàng có 5 ghế là:
- A. 130. B. 125. C. 120. D. 100.
- Câu 7:** Cho tứ giác $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tứ giác?
- A. C_4^2 . B. A_4^2 . C. C_6^2 . D. 4^2 .
- Câu 8:** Số cách sắp xếp 6 học sinh vào một bàn dài có 10 chỗ ngồi là:
- A. $6 \cdot A_{10}^6$. B. C_{10}^6 . C. A_{10}^6 . D. $10P_6$.
- Câu 9:** Từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số từ 4 chữ số khác nhau?
- A. 7^4 . B. $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$. C. $7! \cdot 6! \cdot 5! \cdot 4!$. D. $7!$.
- Câu 10:** Cho $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?
- A. 32. B. 24. C. 256. D. 18.
- Câu 11:** Giả sử ta dùng 5 màu để tô cho 3 nước khác nhau trên bản đồ và không có màu nào được dùng hai lần. Số các cách để chọn những màu cần dùng là:
- A. 5^3 . B. $\frac{5!}{2!}$. C. 8. D. $\frac{5!}{3!2!}$.
- Câu 12:** Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành từ 10 điểm phân biệt khác nhau.
- A. 45. B. 90. C. 35. D. 55.
- Câu 13:** Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử?
- A. 35. B. 24. C. 720. D. 840.
- Câu 14:** Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là:
- A. 7. B. A_7^3 . C. $\frac{7!}{3!}$. D. C_7^3 .
- Câu 15:** Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?
- A. 4. B. 2. C. 6. D. 3.
- Câu 16:** Số hoán vị của n phần tử là
- A. $n!$. B. $2n$. C. n^2 . D. n^n .
- Câu 17:** Cho tập hợp $M = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ có 10 phần tử. Số tập hợp con gồm 2 phần tử của M và không chứa phần tử 1 là
- A. C_{10}^2 B. A_9^2 C. 9^2 D. C_9^2
- Câu 18:** Từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số từ 4 chữ số khác nhau?
- A. $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$. B. $7! \cdot 6! \cdot 5! \cdot 4!$. C. $7!$. D. 7^4 .
- Câu 19:** Từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau
- A. C_7^5 B. A_7^5 C. 7^5 D. $5!$

- Câu 20:** Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn nữ lớp 12A và một bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?
 A. 320. B. 1220. C. 630. D. 36.
- Câu 21:** Công thức tính số hoán vị P_n là
 A. $P_n = (n-1)!$. B. $P_n = (n+1)!$. C. $P_n = \frac{n!}{(n-1)}$. D. $P_n = n!$.
- Câu 22:** Công thức tính số hoán vị P_n là
 A. $P_n = (n+1)!$. B. $P_n = \frac{n!}{(n-1)}$. C. $P_n = n!$. D. $P_n = (n-1)!$.
- Câu 23:** Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.
 A. C_{10}^5 B. A_{11}^5 C. C_{11}^5 D. $A_{11}^5 \cdot 5!$
- Câu 24:** Cho tập $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là.
 A. 4^9 . B. C_9^4 . C. $4!$. D. A_9^4 .
- Câu 25:** Một hộp đựng hai viên bi màu vàng và ba viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách lấy ra hai viên bi trong hộp?
 A. 6. B. 10. C. 20. D. 5.
- Câu 26:** Số cách chọn một ban chấp hành gồm một trưởng ban, một phó ban, một thư kí và một thủ quỹ được chọn từ 16 thành viên là:
 A. $\frac{16!}{12!}$. B. $\frac{16!}{4}$. C. $\frac{16!}{12! \cdot 4!}$. D. 4.
- Câu 27:** Cho tập A có n phần tử ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$), k là số nguyên thỏa mãn $0 \leq k \leq n$. Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử trên là
 A. $\frac{n!}{(n-k)!}$. B. $k!(n-k)!$. C. $\frac{n!}{k!}$. D. $\frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Câu 28:** Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.
 A. A_{10}^8 . B. 10^2 . C. A_{10}^2 . D. C_{10}^2 .
- Câu 29:** Công thức tính số hoán vị P_n là
 A. $P_n = \frac{n!}{(n-1)}$. B. $P_n = n!$. C. $P_n = (n-1)!$. D. $P_n = (n+1)!$.
- Câu 30:** Mười hai đường thẳng có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?
 A. 144. B. 12. C. 66. D. 132.
- Câu 31:** Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kề nhau?
 A. $2 \cdot 5! \cdot 7!$. B. $5! \cdot 8!$. C. $12!$. D. $5! \cdot 7!$.
- Câu 32:** Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là:
 A. C_7^3 . B. A_7^3 . C. $\frac{7!}{3!}$. D. 7.
- Câu 33:** Mười hai đường thẳng có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?
 A. 144. B. 12. C. 66. D. 132.

Câu 34: Tìm số tự nhiên n thỏa $A_n^2 = 210$.

- A. 21. B. 18. C. 15. D. 12.

Câu 35: Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là:

- A. 7. B. A_7^3 . C. $\frac{7!}{3!}$. D. C_7^3 .

Câu 36: Kết quả nào sau đây *sai*:

- A. $C_{n+1}^0 = 1$. B. $C_n^n = 1$. C. $C_n^1 = n+1$. D. $C_n^{n-1} = n$.

Câu 37: Cho các số nguyên k, n thỏa mãn $0 < k \leq n$. Công thức nào dưới đây đúng ?

- A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. B. $A_n^k = \frac{k!n!}{(n-k)!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. D. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 38: Giải bóng đá V-LEAGUE 2018 có tất cả 14 đội bóng tham gia, các đội bóng thi đấu vòng tròn 2 lượt. Hội giải đấu có tất cả bao nhiêu trận đấu?

- A. 140. B. 182. C. 91. D. 196.

Câu 39: Tính số cách rút ra đồng thời hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con.

- A. 1326 B. 104 C. 26 D. 2652

Câu 40: Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là

- A. C_5^3 . B. A_5^3 . C. $3!$. D. 15.

Câu 41: Trong một hộp bánh có 6 loại bánh nhân thịt và 4 loại bánh nhân đậu xanh. Có bao nhiêu cách lấy ra 6 bánh để phát cho các em thiếu nhi.

- A. 240. B. 151200. C. 14200. D. 210.

Câu 42: Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là:

- A. 240. B. 720. C. 35. D. 120.

Câu 43: Trong một lớp học có 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn: Ba học sinh làm ba nhiệm vụ lớp trưởng, lớp phó và bí thư.

- A. 14684. B. 38690. C. 39270. D. 47599.

Câu 44: Một tổ gồm 12 học sinh trong đó có bạn An. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực trong đó phải có An:

- A. 495. B. 220. C. 165. D. 990.

Câu 45: Công thức tính số hoán vị P_n là

- A. $P_n = (n-1)!$. B. $P_n = (n+1)!$. C. $P_n = \frac{n!}{(n-1)}$. D. $P_n = n!$.

Câu 46: Số véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là:

- A. P_6 . B. C_6^2 . C. A_6^2 . D. 36.

Câu 47: Cho tập hợp X gồm 10 phần tử. Số các hoán vị của 10 phần tử của tập hợp X là

- A. $10!$. B. 10^2 . C. 2^{10} . D. 10^{10} .

Câu 48: Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

- A. A_{20}^2 . B. $2C_{20}^2$. C. $2A_{20}^2$. D. C_{20}^2 .

Câu 49: Một tổ gồm 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Tính số cách chọn cùng lúc 3 học sinh trong tổ đi tham gia chương trình thiện nguyện.

- A. 56. B. 336. C. 24. D. 36.

Câu 50: Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

- A. A_{30}^3 . B. 3^{30} . C. 10. D. C_{30}^3 .
- Câu 51:** Nếu tất cả các đường chéo của đa giác đều 12 cạnh được vẽ thì số đường chéo là:
A. 132. B. 54. C. 121. D. 66.
- Câu 52:** Có 5 người đến nghe một buổi hòa nhạc. Số cách xếp 5 người này vào một hàng có 5 ghế là:
A. 125. B. 120. C. 100. D. 130.
- Câu 53:** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng
A. $\frac{25}{42}$. B. $\frac{5}{21}$. C. $\frac{65}{126}$. D. $\frac{55}{126}$.
- Câu 54:** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng
A. $\frac{17}{42}$. B. $\frac{41}{126}$. C. $\frac{31}{126}$. D. $\frac{5}{21}$.
- Câu 55:** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng
A. $\frac{9}{35}$. B. $\frac{16}{35}$. C. $\frac{22}{35}$. D. $\frac{19}{35}$.
- Câu 56:** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng
A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{13}{35}$. C. $\frac{9}{35}$. D. $\frac{2}{7}$.
- Câu 57:** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng
A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 58:** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng
A. $\frac{50}{81}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{18}$. D. $\frac{5}{9}$.
- Câu 59:** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng
A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{32}{81}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{32}{45}$.
- Câu 60:** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp số có ba chữ số khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn bằng
A. $\frac{41}{81}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{16}{81}$.
- Câu 61:** Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học

sinh lớp A , 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C , ngồi và hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{3}{20}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{1}{5}$.

CHỦ ĐỀ 3: DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN

A. LÝ THUYẾT

	Cấp số cộng	Cấp số nhân
Định nghĩa	u_n là cấp số cộng $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + d.$	u_n là cấp số nhân $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n q.$
Số hạng tổng quát	$u_n = u_1 + (n-1)d$ với $n \geq 2.$	$u_n = u_1 q^{n-1}$ với $n \geq 2.$
Tính chất	$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ với $k \geq 2.$	$u_k^2 = u_{k-1} u_{k+1}$ với $k \geq 2.$
Tổng n số hạng đầu	$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$ Hoặc $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}.$	$S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1.$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng
A. 8. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 2:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng
A. 6. B. 9. C. 8. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 3:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng
A. 64. B. 81. C. 12. D. $\frac{3}{4}$.
- Câu 4:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng
A. 64. B. 81. C. 12. D. $\frac{4}{3}$.
- Câu 5:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng
A. 11. B. $\frac{9}{2}$. C. 18. D. 7.
- Câu 6:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 8$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng
A. $\frac{8}{3}$. B. 24. C. 5. D. 11.
- Câu 7:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ công sai $d = 2$. Giá trị u_2 bằng

A. $u_5 = -6$.

B. $u_5 = -5$.

C. $u_5 = 48$.

D. $u_5 = -24$.

Câu 22: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_4 = -26$. Công sai của (u_n) bằng

A. -27 .

B. -9 .

C. -26 .

D. $\sqrt[3]{-26}$.

Câu 23: Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết $S_n = 21$. Tìm n ?

A. $n = 10$.

B. $n = 3$.

C. $n = 7$.

D. Không có giá trị của n .

CHỦ ĐỀ 4: GIỚI HẠN

A. LÝ THUYẾT

+ Giới hạn dãy số

Giới hạn hữu hạn	Giới hạn vô cực
<p>1. Giới hạn đặc biệt:</p> <p>$\lim \frac{1}{n} = 0$; $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k \in \mathbb{Z}^+$)</p> <p>$\lim q^n = 0$ ($q < 1$)</p> <p>$\lim C = C$</p> <p>2. Định lý về giới hạn hữu hạn</p> <p>a) Nếu $\lim u_n = a$; $\lim v_n = b$ thì</p> <ul style="list-style-type: none"> $\lim(u_n + v_n) = a + b$ $\lim(u_n - v_n) = a - b$ $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$ $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) <p>b) Nếu $u_n \geq 0, \forall n$ và $\lim u_n = a$ thì $a \geq 0$ và</p> $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ <p>c) Nếu $u_n \leq v_n, \forall n$ và $\lim v_n = 0$ thì</p> $\lim u_n = 0$ <p>d) Nếu $\lim u_n = a$ thì $\lim u_n = a$</p>	<p>1. Giới hạn đặc biệt:</p> <p>$\lim \sqrt[n]{n} = +\infty$; $\lim n^k = +\infty$ ($k \in \mathbb{Z}^+$)</p> <p>$\lim q^n = +\infty$ ($q > 1$)</p> <p>2. Định lý:</p> <p>a) Nếu $\lim u_n = +\infty$ thì $\lim \frac{1}{u_n} = 0$.</p> <p>b) Nếu $\lim u_n = a$; $\lim v_n = \pm\infty$ thì</p> $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$ <p>c) Nếu $\lim u_n = a > 0, \lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.</p> <p>d) Nếu $\lim u_n = +\infty, \lim v_n = a > 0$ thì $\lim u_n \cdot v_n = +\infty$.</p>

+ Giới hạn hữu hạn của hàm số tại 1 điểm

- Cho khoảng K chứa điểm x_0 và hàm số $y = f(x)$ xác định trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$.

Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn là số L khi x dần tới x_0 nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in K \setminus \{x_0\}$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$.

- Kí hiệu: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ hay $f(x) \rightarrow L$ khi $x \rightarrow x_0$.

- Nhận xét: $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$; $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$ với c là hằng số.

- Giả sử $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$. Khi đó:

- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$;
- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$;
- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = LM$;
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ (nếu $M \neq 0$).

- Nếu $f(x) \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$, thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$.

+ Giới hạn vô cực của hàm số

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; +\infty)$.

Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn là $-\infty$ khi $x \rightarrow +\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > a$ và $x_n \rightarrow +\infty$, ta có $f(x_n) \rightarrow -\infty$. Kí hiệu: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

- **Nhận xét:** $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (-f(x)) = -\infty$.

- Một vài giới hạn đặc biệt

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$ với k nguyên dương.

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$ khi k chẵn.

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ khi k lẻ.

- Một vài quy tắc về giới hạn vô cực

Quy tắc tìm giới hạn của tích $f(x) \cdot g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)g(x)]$	
	$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$	
		$-\infty$	$-\infty$	
	$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$	
		$-\infty$	$+\infty$	
Quy tắc tìm giới hạn của thương $\frac{f(x)}{g(x)}$	L	$\pm\infty$	Tùy ý	0
	$L > 0$	0	+	$+\infty$
			-	$-\infty$
	$L < 0$		+	$-\infty$
			-	$+\infty$

+ Hàm số liên tục

Phương pháp:

- Tính $f(x_0)$
- Tính $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$
- So sánh $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ với $f(x_0)$.

Chú ý:

1. Nếu hàm số liên tục tại x_0 thì trước hết hàm số phải xác định tại điểm đó

$$2. \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = l.$$

3. Hàm số $y = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \neq x_0 \\ k & \text{khi } x = x_0 \end{cases}$ liên tục tại $x = x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = k$.

4. Hàm số $f(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{khi } x \geq x_0 \\ f_2(x) & \text{khi } x < x_0 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = x_0$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f_1(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f_2(x) = f_1(x_0).$$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tính $\lim \frac{5n+3}{2n+1}$.

A. $+\infty$.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 2: Tính giới hạn $L = \lim \frac{n^3 - 2n}{3n^2 + n - 2}$.

A. $L = +\infty$.

B. $L = -\infty$.

C. $L = 0$.

D. $L = \frac{1}{3}$.

Câu 3: $\lim \frac{n^3 + 4n - 5}{3n^3 + n^2 + 7}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 4: Tính giới hạn $L = \lim \frac{2n+1}{2+n-n^2}$?

A. $L = 0$.

B. $L = 1$.

C. $L = -\infty$.

D. $L = -2$.

Câu 5: Tính giới hạn của dãy số $u_n = \frac{-2+3n-2n^3}{3n-2}$

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 1.

D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 6: $\lim (2-3n)^4 (n+1)^3$ là

A. 2.

B. 81.

C. $+\infty$.

D. $-\infty$.

Câu 7: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3+n}{n-1}$ bằng

A. 3.

B. -1.

C. 1.

D. -3.

Câu 8: $\lim \frac{3n^2+1}{n^2-2}$ bằng:

A. 3.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. 0.

Câu 9: $\lim \frac{2n+1}{n+1}$ bằng

A. -2.

B. 2.

C. $+\infty$.

D. 1.

Câu 10: Giới hạn $\lim \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{2n^2 - 4n^5 + 2019}$ bằng

- A. $+\infty$. B. 0. C. 4. D. -2.

Câu 11: Giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n-1}{3-n}, n \in \mathbb{N}^*$ là:

- A. 1. B. -2. C. $\frac{2}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 12: Tính giới hạn $I = \lim \frac{10n+3}{3n-15}$ ta được kết quả:

- A. $I = \frac{3}{10}$. B. $I = -\frac{2}{5}$. C. $I = -\frac{10}{3}$. D. $I = \frac{10}{3}$.

Câu 13: Tính $\lim \frac{2^n + 1}{2 \cdot 2^n + 3}$.

- A. 0. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 14: Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$). B. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).
C. $\lim \frac{1}{n} = 0$. D. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).

Câu 15: Tính giới hạn $\lim (n - \sqrt{n^2 - 4n})$.

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 16: Giới hạn $\lim \sqrt{n} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n+3})$ bằng

- A. $\frac{7}{2}$. B. 0. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 17: Trong các giới hạn sau, giới hạn nào là hữu hạn?

- A. $\lim (\sqrt{n^2 + n + 2} - \sqrt{n+1})$. B. $\lim (\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$.
C. $\lim (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})n$. D. $\lim \frac{1}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}$.

Câu 18: Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{2x^5 + 1}$ là:

- A. -2. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 19: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^3 - 1}{3x^2 + x + 2}$ bằng:

- A. $-\infty$. B. $-\frac{11}{4}$. C. $\frac{11}{4}$. D. $+\infty$.

Câu 20: Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^3 + 2}$ là:

- A. $-\infty$. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 21: Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3}$:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{3}{2}$

D. 1

Câu 22: Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^3 - 8}$:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $-\frac{1}{6}$

D. 1

Câu 23: Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+3x)^3 - (1-4x)^4}{x}$:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $-\frac{1}{6}$

D. 25

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$. Giá trị đúng của $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ là:

A. $-\infty$.

B. 0..

C. $\sqrt{6}$..D. $+\infty$.

Câu 25: Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{3}$

D. 1

Câu 26: Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x + 2}{x^3 + 2x - 3}$:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{5}$

D. 1

Câu 27: Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - x}{x^2 - 4x + 3}$:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{3}$

D. 1

Câu 28: Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{\sqrt[4]{2x+1} - 1}$:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{2}{3}$

D. 1

Câu 29: Tìm giới hạn $E = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt[3]{4x-1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt[4]{2x+2} - 2}$:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $-\frac{8}{27}$

D. 1

Câu 30: Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 8}$:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{4}$

D. 0

Câu 31: Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^3 + 2x - 3}$:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $-\frac{2}{5}$

D. 0

Câu 32: Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^2 - 4x + 3}$:

A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{6}$

D. 0

Câu 33: Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{\sqrt{2x+1}-1}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{3}$ D. 0

Câu 34: Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-\sqrt[3]{2x+1}}{x}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{4}{3}$ D. 0

Câu 35: Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x+5}-3}{\sqrt[3]{5x+3}-2}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{2}{5}$

Câu 36: Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[4]{2x+3}+\sqrt[3]{2+3x}}{\sqrt{x+2}-1}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{4}{3}$ D. 3

Câu 37: Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{x+2}}{x-\sqrt[3]{3x+2}}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{4}{3}$ D. 1

Câu 38: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{3x+2}$ bằng:

- A. 0. B. 1. C. $\frac{5}{3}$. D. $+\infty$.

Câu 39: Giá trị đúng của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4+7}{x^4+1}$ là:

- A. -1. B. 1.. C. 7.. D. $+\infty$.

Câu 40: Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-\sqrt{3x^2+2}}{5x+\sqrt{x^2+1}}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{2-\sqrt{3}}{6}$ D. 0

Câu 41: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-1}{3-x^2}$ bằng:

- A. -2. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 2.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{x^2+1}{2x^4+x^2-3}}$. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 43: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$ bằng:

- A. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 44: Tìm giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{1+x^4+x^6}}{\sqrt{1+x^3+x^4}}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{4}{3}$ D. 1

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = (x+2)\sqrt{\frac{x-1}{x^4+x^2+1}}$. Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$:

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. Không tồn tại.

Câu 46: Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{x^2}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{a}{2}$ D. 0

Câu 47: Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin mx - \cos mx}{1 + \sin nx - \cos nx}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{m}{n}$ D. 0

Câu 48: Tìm giới hạn $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x}{x^2}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 3 D. 0

Câu 49: Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{2 \sin \frac{3x}{2}}$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 1 D. 0

Câu 50: Hàm số $f(x) = \begin{cases} -x \cos x & \text{khi } x < 0 \\ \frac{x^2}{1+x} & \text{khi } 0 \leq x < 1 \\ x^3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

- A. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 0$.
 B. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 1$.
 C. Liên tục tại mọi điểm trừ hai điểm $x = 0$ và $x = 1$.
 D. Liên tục tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$.

Câu 51: Hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \neq 0 \\ 17 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ có tính chất

- A. Liên tục tại $x = 2$ nhưng không liên tục tại $x = 0$.
 B. Liên tục tại $x = 4, x = 0$.
 C. Liên tục tại mọi điểm.
 D. Liên tục tại $x = 3, x = 4, x = 0$.

Câu 52: Hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4+x}{x^2+x} & \text{khi } x \neq 0; x \neq -1 \\ 3 & \text{khi } x = -1 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

- A. Liên tục tại mọi điểm trừ các điểm thuộc đoạn $[-1; 0]$.
 B. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 0$.
 C. Liên tục tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$.

D. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = -1$.

Câu 53: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ mx+1 & \text{khi } x=2 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục tại $x=2$.

A. $m = \frac{17}{2}$. B. $m = \frac{15}{2}$. C. $m = \frac{13}{2}$. D. $m = \frac{11}{2}$.

Câu 54: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{(x-3)^2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x=3 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục tại $x=3$.

A. $m \in \emptyset$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $m=1$. D. $m=-1$.

Câu 55: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x=4 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại $x_0=4$.

A. $a=3$. B. $a=2$. C. $a = \frac{-11}{6}$. D. $a = \frac{5}{2}$.

Câu 56: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-4x^2+3}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax + \frac{5}{2} & \text{khi } x=1 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại $x_0=1$.

A. $a=3$. B. $a=-3$. C. $a=2$. D. $a=-5$.

Câu 57: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-6x+5}{x^2-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a + \frac{5}{2} & \text{khi } x=1 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại $x_0=1$.

A. $a = \frac{3}{2}$. B. $a=0$. C. $a=2$. D. $a = \frac{-9}{2}$.

Câu 58: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x=0 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại $x_0=0$.

A. $a=3$. B. $a = \frac{3}{4}$. C. $a=2$. D. $a=1$.

Câu 59: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+5}-3} & \text{khi } x \neq 4 \\ ax - \frac{5}{2} & \text{khi } x=4 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại $x_0=4$.

A. $a=3$. B. $a=0$. C. $a=2$. D. $a=1$.

Câu 60: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ ax + \frac{1}{4} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại 2.

A. $a = 3$.

B. $a = 0$.

C. $a = 2$.

D. $a = 1$.

Câu 61: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x = 3$ khi m bằng:

A. -4 .

B. 4 .

C. -1 .

D. 1 .

CHỦ ĐỀ 5: ĐẠO HÀM

A. LÝ THUYẾT

1. Các Quy Tắc Tính Đạo Hàm

Giả sử $u = u(x), v = v(x), w = w(x)$ là các hàm số có đạo hàm, khi đó:

- $(u + v - w)' = u' + v' - w'$.
- $(k.u)' = k.u'$.
- $(u.v)' = u'v + uv'$.
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}$.
- $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$.

2. Một Số Công Thức Tính Đạo Hàm Nhanh

- $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$
- $\left(\frac{ax^2+bx+c}{dx+e}\right)' = \frac{adx^2+2aex+be-dc}{(dx+e)^2}$

3. Đạo hàm của các hàm số thường gặp:

Đạo Hàm Của Hàm Số Sơ Cấp Cơ Bản	Đạo Hàm Của Hàm Số Hợp ($u = u(x)$)
<ul style="list-style-type: none"> $(c)' = 0$ 	
<ul style="list-style-type: none"> $(x^\alpha)' = \alpha.x^{\alpha-1}, (\alpha \in \mathbb{R}, x > 0)$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, (x > 0)$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}, (x \neq 0)$ $\left(\frac{1}{x^n}\right)' = -\frac{n}{x^{n+1}}, (x \neq 0)$ 	<ul style="list-style-type: none"> $(u^\alpha)' = \alpha.u^{\alpha-1}.u', (\alpha \in \mathbb{R}, u > 0)$ $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}, (u > 0)$ $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}, (u \neq 0)$ $\left(\frac{1}{u^n}\right)' = -\frac{n}{u^{n+1}}.u', (u \neq 0)$

4. Đạo hàm của hàm số lượng giác:

Đạo Hàm Của Hàm Số Sơ Cấp Cơ Bản	Đạo Hàm Của Hàm Số Hợp ($u = u(x)$)
<ul style="list-style-type: none"> $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ 	<ul style="list-style-type: none"> $(\sin u)' = \cos u.u'$ $(\cos u)' = -\sin u.u'$ $(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u} = (1 + \tan^2 u).u'$

$\left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$ <ul style="list-style-type: none"> $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$ $(x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$ 	$\left(u \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$ <ul style="list-style-type: none"> $(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u} = -(1 + \cot^2 u) \cdot u'$ $(u \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$
---	---

5. Tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số:

Cho hàm số $(C): y = f(x)$ và điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại M .

- Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0)$
- phương trình tiếp tuyến tại điểm M là: $y = f'(x)(x - x_0) + y_0$

6. Tiếp tuyến có hệ số góc k cho trước

- Gọi (Δ) là tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc k .
- Giả sử $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Khi đó x_0 thỏa mãn: $f'(x_0) = k$ (*).
- Giải (*) tìm x_0 . Suy ra $y_0 = f(x_0)$.
- Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = k(x - x_0) + y_0$

7. Tiếp tuyến đi qua điểm

Cho hàm số $(C): y = f(x)$ và điểm $A(a; b)$. Viết phương trình tiếp tuyến (C) biết tiếp tuyến đi qua A .

- Gọi (Δ) là đường thẳng qua A và có hệ số góc k . Khi đó $(\Delta): y = k(x - a) + b$ (*)

- Để (Δ) là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = k(x - a) + b & (1) \\ f'(x) = k & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta có phương trình ẩn x . Tìm x thay vào (2) tìm k thay vào (*) ta có phương trình tiếp tuyến cần tìm.

Chú ý:

1. Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc (C) là: $k = f'(x_0)$

2. Cho đường thẳng $(d): y = k_d x + b$

$$+) (\Delta) // (d) \Rightarrow k_\Delta = k_d$$

$$+) (\Delta) \perp (d) \Rightarrow k_\Delta \cdot k_d = -1 \Leftrightarrow k_\Delta = -\frac{1}{k_d}$$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y = 10$ là:

- A. 10. B. -10. C. 0. D. $10x$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = ax + b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. $f'(x) = -a$. B. $f'(x) = -b$. C. $f'(x) = a$. D. $f'(x) = b$.

Câu 3: Cho $f(x) = x^2$ và $x_0 \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $f'(x_0) = 2x_0$. B. $f'(x_0) = x_0$.
C. $f'(x_0) = x_0^2$. D. $f'(x_0)$ không tồn tại.

Câu 4: Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2x - 1$ là

- A. $y' = 4x^3 - 6x + 3$ B. $y' = 4x^4 - 6x + 2$ C. $y' = 4x^3 - 3x + 2$ D. $y' = 4x^3 - 6x + 2$

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 + x - 1$ là

- A. $y' = -2x^2 + 4x + 1$ B. $y' = -3x^2 + 4x + 1$ C. $y' = -\frac{1}{3}x^2 + 4x + 1$ D. $y' = -x^2 + 4x + 1$

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = (7x - 5)^4$ bằng biểu thức nào sau đây

- A. $4(7x - 5)^3$. B. $-28(7x - 5)^3$. C. $28(7x - 5)^3$. D. $-4(7x - 5)^3$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^{2016}$ là:

- A. $y' = 2016(x^3 - 2x^2)^{2015}$. B. $y' = 2016(x^3 - 2x^2)^{2015}(3x^2 - 4x)$.
C. $y' = 2016(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 4x)$. D. $y' = 2016(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 2x)$.

Câu 8: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{2}x^6 - \frac{3}{x} + 2\sqrt{x}$ là:

- A. $y' = 3x^5 + \frac{3}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$. B. $y' = 6x^5 + \frac{3}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.
C. $y' = 3x^5 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$. D. $y' = 6x^5 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Câu 9: Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)(5 - 3x^2)$

- A. $y' = -x^3 + 4x$ B. $y' = -x^3 - 4x$ C. $y' = 12x^3 + 4x$ D. $y' = -12x^3 + 4x$

Câu 10: Tính đạo hàm của hàm số $y = (x + 2)^3(x + 3)^2$

- A. $y' = 3(x^2 + 5x + 6)^3 + 2(x + 3)(x + 2)^3$ B. $y' = 2(x^2 + 5x + 6)^2 + 3(x + 3)(x + 2)^3$
C. $y' = 3(x^2 + 5x + 6) + 2(x + 3)(x + 2)$ D. $y' = 3(x^2 + 5x + 6)^2 + 2(x + 3)(x + 2)^3$

Câu 11: Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (2x^3 - 3x^2 - 6x + 1)^2$.

A. $y' = 2(2x^3 - x^2 + 6x + 1)(6x^2 - 6x + 6)$. B. $y' = 2(2x^3 - 3x^2 + x + 1)(x^2 - 6x + 6)$.

C. $y' = 2(2x^3 - 3x^2 + 6x + 1)(x^2 - 6x + 6)$. D. $y' = 2(2x^3 - 3x^2 + 6x + 1)(6x^2 - 6x + 6)$.

Câu 12: Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (x^2 + x + 1)^4$.

A. $4(x^2 + x + 1)^3$.

B. $(x^2 + x + 1)^3 \cdot (2x + 1)$

C. $(x^2 + x + 1)^3$.

D. $4(x^2 + x + 1)^3 \cdot (2x + 1)$

Câu 13: Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (x^2 - x + 1)^3 \cdot (x^2 + x + 1)^2$

A. $y' = (x^2 - x + 1)^2 [3(2x - 1)(x^2 + x + 1) + 2(2x + 1)(x^2 - x + 1)]$

B. $y' = (x^2 - x + 1)^2 (x^2 + x + 1) [3(2x - 1)(x^2 + x + 1) + (x^2 - x + 1)]$

C. $y' = (x^2 - x + 1)^2 (x^2 + x + 1) [3(2x - 1)(x^2 + x + 1) + 2(2x + 1)(x^2 - x + 1)]$

D. $y' = (x^2 - x + 1)^2 (x^2 + x + 1) [3(2x - 1)(x^2 + x + 1) - 2(2x + 1)(x^2 - x + 1)]$

Câu 14: Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (1 + 2x)(2 + 3x^2)(3 - 4x^3)$

A. $y' = (2 + 3x^2)(3 - 4x^3) + (1 + 2x)(6x)(3 - 4x^3) + (1 + 2x)(2 + 3x^2)(-12x^2)$

B. $y' = 4(2 + 3x^2)(3 - 4x^3) + (1 + 2x)(6x)(3 - 4x^3) + (1 + 2x)(2 + 3x^2)(-12x^2)$

C. $y' = 2(2 + 3x^2)(3 - 4x^3) + (1 + 2x)(6x)(3 - 4x^3) + (1 - 2x)(2 + 3x^2)(-12x^2)$

D. $y' = 2(2 + 3x^2)(3 - 4x^3) + (1 + 2x)(6x)(3 - 4x^3) + (1 + 2x)(2 + 3x^2)(-12x^2)$

Câu 15: Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \frac{ax + b}{cx + d}$, $ac \neq 0$

A. $\frac{a}{c}$

B. $\frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$

C. $\frac{ad + bc}{(cx + d)^2}$

D. $\frac{ad - bc}{(cx + d)}$

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$ xác định $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là:

A. $f'(x) = \frac{2}{(x + 1)^2}$. B. $f'(x) = \frac{3}{(x + 1)^2}$. C. $f'(x) = \frac{1}{(x + 1)^2}$. D. $f'(x) = \frac{-1}{(x + 1)^2}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{3x + 5}{-1 + 2x}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\frac{7}{(2x - 1)^2}$.

B. $\frac{1}{(2x - 1)^2}$.

C. $-\frac{13}{(2x - 1)^2}$.

D. $\frac{13}{(2x - 1)^2}$.

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \frac{3}{(2x + 5)^2}$

A. $-\frac{12}{(2x + 5)^4}$

B. $\frac{12}{(2x + 5)^3}$

C. $-\frac{6}{(2x + 5)^3}$

D. $-\frac{12}{(2x + 5)^3}$

Câu 19: Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x + b'}$, $aa' \neq 0$.

A. $y' = \frac{aa'x^2 + 2ab'x + bb' - a'c}{(a'x + b')^2}$

B. $y' = \frac{aa'x^2 + 2ab'x + bb' - a'c}{(a'x + b')^2}$

C. $y' = \frac{aa'x^2 - 2ab'x + bb' - a'c}{(a'x + b')^2}$

D. $y' = \frac{aa'x^2 + 2ab'x - bb' - a'c}{(a'x + b')^2}$

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{8x^2 + x}{4x + 5}$. Đạo hàm y' của hàm số là

- A. $\frac{32x^2 + 80x + 5}{4x + 5}$. B. $\frac{-32x^2 + 8x - 5}{(4x + 5)^2}$. C. $\frac{32x^2 + 80x + 5}{(4x + 5)^2}$. D. $\frac{16x + 1}{(4x + 5)^2}$.

Câu 21: Hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có y' bằng

- A. $\frac{x^2 + 4x - 3}{x + 2}$. B. $\frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$. C. $\frac{x^2 + 4x + 3}{x + 2}$. D. $\frac{x^2 + 4x + 9}{(x + 2)^2}$.

Câu 22: Hàm số $y = \frac{(x - 2)^2}{1 - x}$ có đạo hàm là:

- A. $y' = \frac{-x^2 + 2x}{(1 - x)^2}$. B. $y' = \frac{x^2 - 2x}{(1 - x)^2}$. C. $y' = -2(x - 2)$. D. $y' = \frac{x^2 + 2x}{(1 - x)^2}$.

Câu 23: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ bằng biểu thức nào sau đây

- A. $y' = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x + 5)^2}$. B. $y' = \frac{-2x + 2}{(x^2 - 2x + 5)^2}$.
C. $y' = (2x - 2)(x^2 - 2x + 5)$. D. $y' = \frac{1}{2x - 2}$.

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 5x + 2}$. Đạo hàm y' của hàm số là.

- A. $\frac{-13x^2 - 10x + 1}{(x^2 - 5x + 2)^2}$. B. $\frac{-13x^2 + 5x + 11}{(x^2 - 5x + 2)^2}$. C. $\frac{-13x^2 + 5x + 1}{(x^2 - 5x + 2)^2}$. D. $\frac{-13x^2 + 10x + 1}{(x^2 - 5x + 2)^2}$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{-3}{x^4} + \frac{1}{x^3}$. B. $\frac{-3}{x^4} + \frac{2}{x^3}$. C. $\frac{-3}{x^4} - \frac{2}{x^3}$. D. $\frac{3}{x^4} - \frac{1}{x^3}$.

Câu 26: Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^3$

- A. $y' = 3\left(4 + \frac{10}{x^3}\right)\left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^2$ B. $y' = 3\left(4 - \frac{10}{x^3}\right)\left(4x - \frac{5}{x^2}\right)^2$
C. $y' = \left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^2$ D. $y' = 3\left(4 - \frac{10}{x^3}\right)\left(4x + \frac{5}{x^2}\right)^2$

Câu 27: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}$

- A. $y' = \frac{3x^2 - 6x}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$ B. $y' = \frac{3x^2 + 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$
C. $y' = \frac{3x^2 - 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 - 2}}$ D. $y' = \frac{3x^2 - 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{1 - 2x^2}$ là kết quả nào sau đây?

- A. $\frac{-4x}{2\sqrt{1 - 2x^2}}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{1 - 2x^2}}$. C. $\frac{2x}{\sqrt{1 - 2x^2}}$. D. $\frac{-2x}{\sqrt{1 - 2x^2}}$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{x}$ có đạo hàm $f'(x)$ bằng.

A. $\frac{3\sqrt{x}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{x}}{2x}$. **C.** $\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{x}}{2}$.

Câu 30: Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 5)\sqrt{x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$. **B.** $3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **C.** $3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$. **D.** $\frac{7}{2}\sqrt{x^2} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$.

Câu 31: Tính đạo hàm của hàm số $y = (x+1)\sqrt{x^2+x+1}$.

A. $\frac{4x^2 - 5x + 3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$ **B.** $\frac{4x^2 + 5x - 3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$ **C.** $\frac{4x^2 + 5x + 3}{\sqrt{x^2+x+1}}$ **D.** $\frac{4x^2 + 5x + 3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$

Câu 32: Biết hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 18 tại $x = 1$ và đạo hàm bằng 1000 tại $x = 2$.

Tính đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x = 1$.

A. 2018. **B.** 1982. **C.** -2018. **D.** 1018.

Câu 33: Biết hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 5 tại $x = 1$ và đạo hàm bằng 7 tại $x = 2$. Tính đạo

hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x = 1$.

A. 8. **B.** 12. **C.** 16. **D.** 19.

Câu 34: Hàm số $y = \sin x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \cos x$. **B.** $y' = -\cos x$. **C.** $y' = -\sin x$. **D.** $y' = \frac{1}{\cos x}$.

Câu 35: Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \sin x$. **B.** $y' = -\sin x$. **C.** $y' = -\cos x$. **D.** $y' = \frac{1}{\sin x}$.

Câu 36: Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \cot x$. **B.** $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$. **C.** $y' = \frac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $y' = 1 - \tan^2 x$.

Câu 37: Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm là:

A. $y' = -\tan x$. **B.** $y' = -\frac{1}{\cos^2 x}$. **C.** $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $y' = 1 + \cot^2 x$.

Câu 38: Chọn mệnh đề **ĐÚNG** trong các mệnh đề sau?

A. Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm tại mọi điểm thuộc miền xác định của nó.

B. Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm tại mọi điểm thuộc miền xác định của nó.

C. Hàm số $y = \cot x$ có đạo hàm tại mọi điểm thuộc miền xác định của nó.

D. Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ có đạo hàm tại mọi điểm thuộc miền xác định của nó.

Câu 39: Hàm số $y = \tan x - \cot x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \frac{1}{\cos^2 2x}$. **B.** $y' = \frac{4}{\sin^2 2x}$. **C.** $y' = \frac{4}{\cos^2 2x}$. **D.** $y' = \frac{1}{\sin^2 2x}$.

Câu 40: Đạo hàm của hàm số $y = 3 \sin 2x + \cos 3x$ là:

A. $y' = 3 \cos 2x - \sin 3x$. **B.** $y' = 3 \cos 2x + \sin 3x$.

C. $y' = 6 \cos 2x - 3 \sin 3x$. **D.** $y' = -6 \cos 2x + 3 \sin 3x$.

Câu 41: Hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$ có đạo hàm là:

A. $3 \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$. **B.** $-3 \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$. **C.** $\cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$. **D.** $-3 \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$.

- Câu 42:** Đạo hàm của $y = \sin^2 4x$ là
 A. $2\sin 8x$. B. $8\sin 8x$. C. $\sin 8x$. D. $4\sin 8x$.
- Câu 43:** Hàm số $y = 2\cos x^2$ có đạo hàm là
 A. $-2\sin x^2$. B. $-4x \cos x^2$. C. $-2x \sin x^2$. D. $-4x \sin x^2$.
- Câu 44:** Hàm số $y = \cot 3x - \frac{1}{2}\tan 2x$ có đạo hàm là
 A. $\frac{-3}{\sin^2 3x} + \frac{1}{\cos^2 2x}$. B. $\frac{-3}{\sin^2 3x} - \frac{1}{\cos^2 2x}$. C. $\frac{-3}{\sin^2 3x} - \frac{x}{\cos^2 2x}$. D. $\frac{-1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 2x}$.
- Câu 45:** Hàm số $y = x \tan 2x$ có đạo hàm là:
 A. $\tan 2x + \frac{2x}{\cos^2 x}$. B. $\frac{2x}{\cos^2 2x}$. C. $\tan 2x + \frac{2x}{\cos^2 2x}$. D. $\tan 2x + \frac{x}{\cos^2 2x}$.
- Câu 46:** Hàm số $y = \frac{1}{2}(1 + \tan x)^2$ có đạo hàm là:
 A. $y' = 1 + \tan x$. B. $y' = (1 + \tan x)^2$.
 C. $y' = (1 + \tan x)(1 + \tan^2 x)$. D. $y' = 1 + \tan^2 x$.
- Câu 47:** Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\sin 3x}$ là
 A. $\frac{3\cos 3x}{\sqrt{\sin 3x}}$. B. $\frac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$. C. $-\frac{3\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$. D. $\frac{\cos 3x}{2\sqrt{\sin 3x}}$.
- Câu 48:** Hàm số $y = -\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3} - x^2\right)$ có đạo hàm là:
 A. $x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - x^2\right)$. B. $\frac{1}{2}x^2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$. C. $\frac{1}{2}x \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$. D. $\frac{1}{2}x \cos\left(\frac{\pi}{3} - x^2\right)$.
- Câu 49:** Đạo hàm của hàm số $y = \cos(\tan x)$ bằng
 A. $\sin(\tan x) \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$. B. $-\sin(\tan x) \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$.
 C. $\sin(\tan x)$. D. $-\sin(\tan x)$.
- Câu 50:** Hàm số $y = \frac{\sin x}{x}$ có đạo hàm là:
 A. $y' = \frac{x \cos x + \sin x}{x^2}$. B. $y' = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$.
 C. $y' = \frac{x \sin x + \cos x}{x^2}$. D. $y' = \frac{x \sin x - \cos x}{x^2}$.
- Câu 51:** Cho hàm số $y = f(x)$, có đồ thị (C) và điểm $M_0(x_0; f(x_0)) \in (C)$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M_0 là:
 A. $y = f'(x)(x - x_0) + y_0$. B. $y = f'(x_0)(x - x_0)$.
 C. $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$. D. $y - y_0 = f'(x_0)x$.
- Câu 52:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = (x+1)^2(x-2)$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ là
 A. $y = -8x + 4$. B. $y = 9x + 18$. C. $y = -4x + 4$. D. $y = 9x - 18$.
- Câu 53:** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 7x + 2$. Phương trình tiếp tuyến tại $A(0; 2)$ là:
 A. $y = 7x + 2$. B. $y = 7x - 2$. C. $y = -7x + 2$. D. $y = -7x - 2$.

- Câu 54:** Gọi (P) là đồ thị của hàm số $y=2x^2-x+3$. Phương trình tiếp tuyến với (P) tại điểm mà (P) cắt trục tung là:
A. $y = -x + 3$. **B.** $y = -x - 3$. **C.** $y = 4x - 1$. **D.** $y = 11x + 3$.
- Câu 55:** Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm A . Tiếp tuyến của (C) tại điểm A có phương trình là:
A. $y = -4x - 1$. **B.** $y = 4x - 1$. **C.** $y = 5x - 1$. **D.** $y = -5x - 1$.
- Câu 56:** Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x-3}$ có đồ thị là (H) . Phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của (H) với trục hoành là:
A. $y = 2x - 4$. **B.** $y = 3x + 1$. **C.** $y = -2x + 4$. **D.** $y = 2x$.
- Câu 57:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là:
A. $y = 10x + 4$. **B.** $y = 10x - 5$. **C.** $y = 2x - 4$. **D.** $y = 2x - 5$.
- Câu 58:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có phương trình là:
A. $y = -x + 2$. **B.** $y = x + 2$. **C.** $y = x - 1$. **D.** $y = -x - 3$.
- Câu 59:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ tại điểm có tung độ tiếp điểm bằng 2 là:
A. $y = 8x - 6, y = -8x - 6$. **B.** $y = 8x - 6, y = -8x + 6$.
C. $y = 8x - 8, y = -8x + 8$. **D.** $y = 40x - 57$.
- Câu 60:** Cho đồ thị $(H): y = \frac{x+2}{x-1}$ và điểm $A \in (H)$ có tung độ $y = 4$. Hãy lập phương trình tiếp tuyến của (H) tại điểm A .
A. $y = x - 2$. **B.** $y = -3x - 11$. **C.** $y = 3x + 11$. **D.** $y = -3x + 10$.
- Câu 61:** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2$ có đồ thị hàm số (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ là
A. $y = -x - \frac{7}{3}$ **B.** $y = -x + \frac{7}{3}$ **C.** $y = x - \frac{7}{3}$ **D.** $y = \frac{7}{3}x$
- Câu 62:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số: $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ biết tung độ tiếp điểm bằng 1
A. $\begin{cases} y = 1 \\ y = 8\sqrt{2}x - 5 \\ y = -8\sqrt{2}x - 5 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} y = 1 \\ y = 8\sqrt{2}x - 15 \\ y = -8\sqrt{2}x - 15 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} y = 1 \\ y = 8\sqrt{2}x - 1 \\ y = -8\sqrt{2}x - 1 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} y = 1 \\ y = 8\sqrt{2}x - 10 \\ y = -8\sqrt{2}x - 10 \end{cases}$
- Câu 63:** Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tung độ tiếp điểm bằng -2 .
A. $\begin{cases} y = -x + 7 \\ y = -x - 1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} y = -x + 7 \\ y = -x - 21 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} y = -x + 27 \\ y = -x - 21 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} y = -x + 27 \\ y = -x - 1 \end{cases}$
- Câu 64:** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x-2}$, có đồ thị là (C) . Tìm a, b biết tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) và trục Ox có phương trình là $y = -\frac{1}{2}x + 2$
A. $a = -1, b = 1$ **B.** $a = -1, b = 2$ **C.** $a = -1, b = 3$ **D.** $a = -1, b = 4$

Câu 65: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị là (C). Giả sử (d) là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 2$, đồng thời (d) cắt đồ thị (C) tại N, tìm tọa độ N.

- A. $N(1; -1)$ B. $N(2; 3)$ C. $N(-4; -51)$ D. $N(3; 19)$

Câu 66: Cho hàm số $y = \frac{2x + m + 1}{x - 1}$ (C_m). Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{25}{2}$.

- A. $\begin{cases} m = -2; m = -\frac{23}{9} \\ m = -7; m = -\frac{28}{9} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = 2; m = \frac{23}{9} \\ m = -7; m = -\frac{28}{9} \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = -2; m = -\frac{23}{9} \\ m = 7; m = \frac{28}{9} \end{cases}$ D. $\begin{cases} m = 2; m = -\frac{23}{9} \\ m = -7; m = \frac{28}{9} \end{cases}$

Câu 67: Giả sử tiếp tuyến của ba đồ thị $y = f(x), y = g(x), y = \frac{f(x)}{g(x)}$ tại điểm của hoành độ $x = 0$ bằng nhau. Khẳng định nào sau đây là đúng nhất.

- A. $f(0) < \frac{1}{4}$ B. $f(0) \leq \frac{1}{4}$ C. $f(0) > \frac{1}{4}$ D. $f(0) \geq \frac{1}{4}$

Câu 68: Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + 5$, có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M có tung độ $y_0 = -1$ với hoành độ $x_0 < 0$ là

- A. $y = 2\sqrt{6}(x + \sqrt{6}) - 1$. B. $y = -2\sqrt{6}(x + 6) - 1$.
C. $y = 2\sqrt{6}(x - 6) + 1$. D. $y = 2\sqrt{6}(x - \sqrt{6}) - 1$.

Câu 69: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2 - 3x}{x - 1}$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành bằng:

- A. 9. B. $\frac{1}{9}$. C. -9. D. $-\frac{1}{9}$.

Câu 70: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có hệ số góc $k = -9$, có phương trình là:

- A. $y - 16 = -9(x + 3)$. B. $y = -9(x + 3)$. C. $y - 16 = -9(x - 3)$. D. $y + 16 = -9(x + 3)$.

Câu 71: Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 1}{x + 1}$ tại giao điểm với trục tung bằng:

- A. -2. B. 2. C. 1. D. -1.

Câu 72: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) song song đường thẳng $y = 9x + 10$?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 73: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^4 + x$. Tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $d: x + 5y = 0$ có phương trình là:

- A. $y = 5x - 3$. B. $y = 3x - 5$. C. $y = 2x - 3$. D. $y = x + 4$.

Câu 74: Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 1}$. Tìm tọa độ các điểm trên (C) mà tiếp tuyến tại đó với (C) vuông góc với đường thẳng có phương trình $y = x + 4$.

- A. $(1 + \sqrt{3}; 5 + 3\sqrt{3}), (1 - \sqrt{3}; 5 - 3\sqrt{3})$. B. $(2; 12)$.

C. (0; 0).

D. (-2; 0).

Câu 75: Tìm hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị $y = \tan x$ tại điểm có hoành độ $x = \frac{\pi}{4}$.

A. $k = 1$.B. $k = \frac{1}{2}$.C. $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. 2.

Câu 76: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 7x + 5$ (C). Tìm trên (C) những điểm có hệ số góc tiếp tuyến tại điểm đó bằng -2 ?

A. (-1; -9); (3; -1).

B. (1; 7); (3; -1).

C. (1; 7); (-3; -97).

D. (1; 7); (-1; -9).

CHỦ ĐỀ 6: QUAN HỆ VUÔNG GÓC

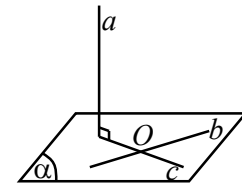
A. LÝ THUYẾT

🔑 VẤN ĐỀ 1: CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC MẶT PHẲNG

↔ Phương pháp giải

- ① Chứng minh đường thẳng a vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (P).

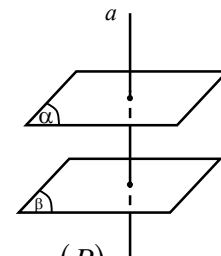
$$\left. \begin{array}{l} b, c \subset (\alpha) \\ b \cap c = I \\ a \perp b, a \perp c \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (\alpha)$$



- ② Chứng minh đường thẳng d song song với a mà $a \perp (P)$.

- ③ Đường thẳng nào vuông góc với một trong hai mặt phẳng song song thì cũng vuông góc với mặt phẳng còn lại.

$$\left. \begin{array}{l} (\alpha) \parallel (\beta) \\ a \perp (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (\beta)$$



- ④ Chứng minh d là trục đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC nằm trong (P).

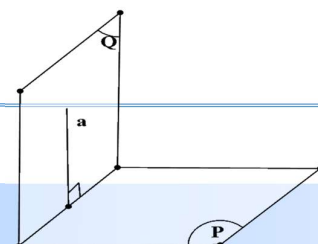
d là trục đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC nếu d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC .

🔑 VẤN ĐỀ 2: HAI MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC

↔ Phương pháp giải

- Định lý 1 (điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc)

Điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc với nhau là mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

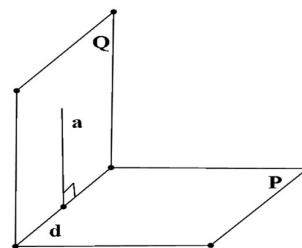


$$\begin{cases} a \perp (P) \\ a \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow (P) \perp (Q)$$

- Hệ quả 1

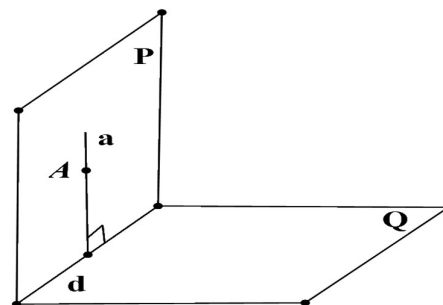
Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến thì vuông góc với mặt phẳng kia.

$$\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ (P) \cap (Q) = d \\ a \subset (Q), a \perp d \end{cases} \Rightarrow a \perp (P)$$

**- Hệ quả 2**

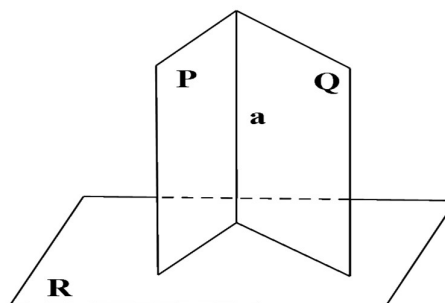
Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. Nếu từ một điểm thuộc mặt phẳng (P) ta dựng một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (Q) thì đường thẳng này nằm trong mặt phẳng (P) .

$$\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ A \in (P), A \in a \\ a \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow a \subset (P)$$

**- Định lý 2**

Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba đó.

$$\begin{cases} (P) \cap (Q) = a \\ (P) \perp (R) \\ (Q) \perp (R) \end{cases} \Rightarrow a \perp (R)$$

**8 VẤN ĐỀ 3: KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẪNG****↔ Phương pháp giải****a. Phương pháp 1: Tính trực tiếp**

★ Phương pháp: Dựng $MH \perp (\alpha)$ với $H \in (\alpha)$. Ta có $d(M, (\alpha)) = MH$. Tính độ dài đoạn MH .

★ Cách dựng

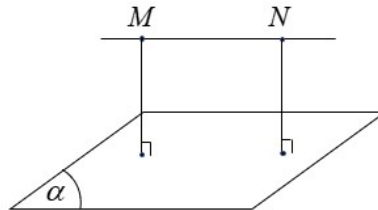
- + Qua M dựng mặt phẳng $(\beta) \perp (\alpha)$.
- + Tìm giao tuyến a của mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) .
- + Trong mặt phẳng (β) kẻ $MH \perp a$. Suy ra $MH \perp (\alpha)$.

b. Phương pháp 2: Tính gián tiếp

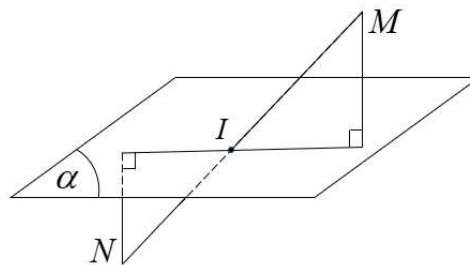
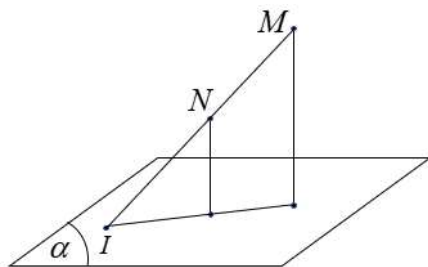
★ **Phương pháp:** Khi việc dựng $MH \perp (\alpha)$ gặp khó khăn hoặc đã biết trước hay tính được khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (α) . Ta dịch chuyển việc tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) về tính khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (α) . Tức ta tìm số thực k sao cho $d(M, (\alpha)) = k \cdot d(N, (\alpha))$.

★ Để tìm được số thực k ta thường sử dụng các kết quả sau:

+ Nếu $MN \parallel (\alpha)$ thì $d(M, (\alpha)) = d(N, (\alpha))$.

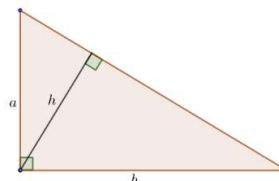


+ Nếu $MN \cap (\alpha) = I$ thì $\frac{d(M, (\alpha))}{d(N, (\alpha))} = \frac{IM}{IN}$.



Chú ý: công thức tính đường cao trong tam giác vuông

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \Leftrightarrow h = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

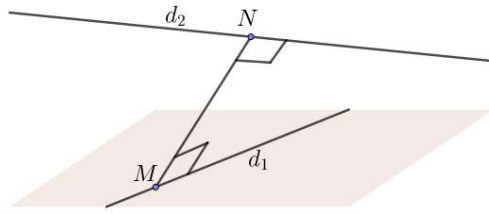


🔑 VẤN ĐỀ 4: KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẺNG CHÉO NHAU

↔ Phương pháp giải

1. Đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng chéo nhau

Cho hai đường thẳng chéo nhau d_1, d_2 . Đoạn thẳng MN thỏa mãn $\begin{cases} M \in d_1, N \in d_2 \\ MN \perp d_1, MN \perp d_2 \end{cases}$ được gọi là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau d_1, d_2 .

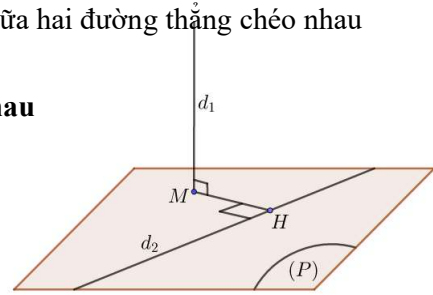


- Độ dài đoạn vuông góc chung MN được gọi là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau d_1, d_2 . Ta có: $d(d_1, d_2) = MN$.

2. Phương pháp tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

2.1. d_1 và d_2 là hai đường thẳng chéo nhau và $d_1 \perp d_2$.

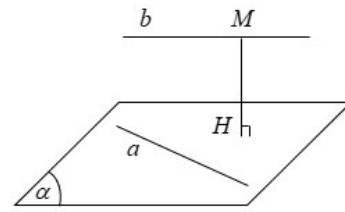
- Ta dựng mặt phẳng (P) chứa d_2 và vuông góc với d_1 tại M .
- Trong mặt phẳng (P) dựng $MH \perp d_2$ tại H .
- Ta được $d(d_1, d_2) = MH$.



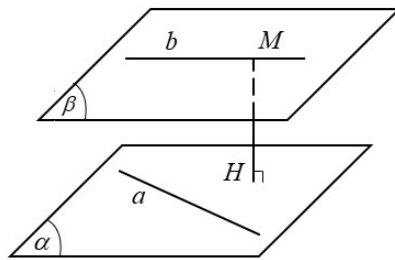
2.2. Chuyển khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau về khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Cách 1:

- Dựng mặt phẳng (α) chứa a và song song với b .
- Ta có $d(a, b) = d(b, (\alpha)) = d(M, (\alpha))$
với M là điểm tùy ý thuộc đường thẳng b .



Cách 2:



- Dựng hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ song song với nhau và lần lượt đi qua đường thẳng a, b .
- Ta có $d(a, b) = d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\alpha))$, với M là điểm tùy ý thuộc mặt phẳng (β) .

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1 Cho hai đường thẳng a, b và $mp(P)$. Chỉ ra mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.** Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.
- B.** Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b // (P)$.
- C.** Nếu $a // (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \perp b$.
- D.** Nếu $a // (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** $BD \perp (SAC)$.
- B.** $CD \perp (SAD)$.
- C.** $BC \perp (SAB)$.
- D.** $AC \perp (SBD)$.

Câu 3. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

C. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

D. Đường trung trực của đoạn thẳng AB .

Câu 14. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // (\alpha)$ và $b // (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. a và b chéo nhau.

B. a và b không có điểm chung.

C. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

D. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Câu 15. Các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào ĐÚNG?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau

B. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau

Câu 16. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

A. 1.

B. Vô số.

C. 3.

D. 2.

Câu 17. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Chọn mệnh đề sai.

A. Nếu $b // (P)$ thì $b \perp a$.

B. Nếu $b // a$ thì $b \perp (P)$.

C. Nếu $b \perp (P)$ thì $b // a$.

D. Nếu $b // a$ thì $b // (P)$.

Câu 18. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a // (\alpha)$ thì $d \perp a$.

B. Nếu đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì d vuông góc với hai đường thẳng trong (α) .

C. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.

D. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) .

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Chọn khẳng định đúng:

A. O là hình chiếu vuông góc của B lên mp (SAC) .

B. A là chiếu vuông góc của C lên mp (SAB) .

C. Trung điểm của AD là hình chiếu vuông góc của C lên mp (SAD) .

D. O là hình chiếu vuông góc của S lên mp $(ABCD)$.

Câu 20. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P) ?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Câu 21. Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?

A. 3.

B. Vô số.

C. 1.

D. 2.

Câu 22. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // (\alpha)$, $b \subset (\alpha)$. Khi đó:

A. a, b chéo nhau.

B. $a // b$ hoặc a, b chéo nhau.

C. a, b cắt nhau.

D. $a // b$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy và đáy là tam giác vuông đỉnh B . Khi đó số mặt của hình chóp đã cho là tam giác vuông bằng bao nhiêu?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 24. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:

A. Cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau. Nếu mặt phẳng (α) chứa a và mặt phẳng (β) chứa b thì $(\alpha) \perp (\beta)$.

B. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác.

C. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.

D. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b đồng thời $a \perp b$. Luôn có mặt phẳng (α) chứa a và $(\alpha) \perp b$.

Câu 25. Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Cho hai đường thẳng song song, mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

B. Cho hai đường thẳng vuông góc với nhau, mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mp thì song song với nhau.

D. Cho hai mp song song, đường thẳng nào vuông góc với mặt mp này thì cũng vuông góc với mp kia.

Câu 26. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // b, b // (\alpha)$. Khi đó:

A. $a \subset (\alpha)$.

B. a cắt (α) .

C. $a // (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

D. $a // (\alpha)$.

Câu 27. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có mấy đường thẳng vuông góc với Δ cho trước?

A. Vô số.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 28. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. Nếu $d \perp (\alpha)$ và đường thẳng $a // (\alpha)$ thì $d \perp a$.

B. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) thì d vuông góc với bất kì đường thẳng nào nằm trong (α) .

C. Nếu đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì d vuông góc với hai đường thẳng trong (α) .

D. Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng nằm trong (α) thì $d \perp (\alpha)$.

Câu 29. Mệnh đề nào sau đây có thể **sai**?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song.

B. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh $2a$, hình chiếu của S trên mặt đáy trùng với điểm H thỏa mãn $\overline{BH} = \frac{2}{5}\overline{BD}$. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên các cạnh AB và AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SC biết $SH = 2a\sqrt{13}$.

- A. $\frac{a\sqrt{13}}{26}$. B. $\frac{38a\sqrt{2}}{13}$. C. $\frac{19a\sqrt{2}}{13}$. D. $\frac{19a\sqrt{26}}{26}$.

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 5$, các cạnh còn lại bằng 3, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 2$ cm và cạnh đáy bằng 1 cm. Gọi M là một điểm thuộc miền trong của hình chóp này sao cho $\overline{SM} = \frac{2}{3}\overline{SG}$, với G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Gọi a, b, c lần lượt là khoảng cách từ M đến các mặt phẳng (SAB) , (SAC) , (SBC) . Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.

- A. $P = \frac{\sqrt{165}}{45}$. B. $P = \frac{7\sqrt{165}}{45}$. C. $P = \frac{2\sqrt{165}}{135}$. D. $P = \frac{2\sqrt{165}}{45}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều tâm O , cạnh a , hình chiếu của C' trên $mp(ABC)$ trùng với tâm của đáy. Cạnh bên CC' hợp với $mp(ABC)$ góc 60° . Gọi I là trung điểm của AB . Tính các khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng CC' :

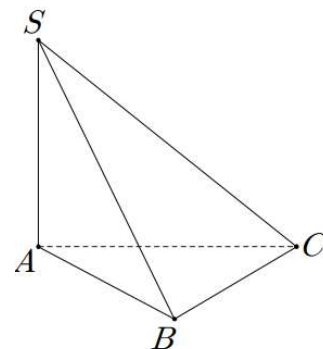
- A. $\frac{a}{3}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $\frac{a}{4}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = a\sqrt{2}$; $SA = SB = SC$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) là:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
C. a . D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Câu 36. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B với $AB = a$, $AA' = 2a$, $A'C = 3a$. Gọi M là trung điểm của cạnh $C'A'$, I là giao điểm của các đường thẳng AM và $A'C$. Tính khoảng cách d từ điểm A tới (IBC) .

A. $d = \frac{5a}{3\sqrt{2}}$.

B. $d = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

C. $d = \frac{a}{\sqrt{5}}$.

D. $d = \frac{a}{2\sqrt{5}}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$, tính khoảng cách từ O đến SC .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 38. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Biết góc giữa 2 mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'B'C')$ bằng 60° , M là trung điểm của $B'C$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $\frac{3a}{8}$

B. $\frac{a}{3}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

